

תשואה לגודל בבניית

בתי מגורים בישראל

אלי מלכי

יוני 1993

אמידת תשואה לגודל בפונקציות ייצור של ענפי תעשייה שונים מעוררת עניין רב בספרות האקונומטרית. לשאלה האם, לפונקציית הייצור בענף מסוים ישנה תשואה עולה או פוחתת לגודל, ישנה חשיבות רבה לגבי מבנה השוק באותו ענף ולגבי הצורך בהתערבות ממשלתית.

הגישה בעבודה זאת מתבססת על שני מחקרים מאוד מרכזיים בנושא של אמידת תשואה לגודל, שנעשו ע"י: Marc Nerlove (1963) ו- Christensen & Greene (1976).¹,² ואמדו את התשואה לגודל בתעשיית החשמל בארה"ב.

השוני לעומת מחקרים אלה נובע מהאופי המיוחד של ענף הבניה למגורים, ובמיוחד כפי שהוא בישראל, שבה רוב הבניה נעשיית באתרים ומשקל הבניה המתועשת קטן. שלא כמו בתעשיות אחרות היחידה הבסיסית שאותה יש צורך לנתח בענף הבניה אינה הפירמה, אלא הפרויקט. בפרויקט בניה מסוים מועסקות בד"כ מספר פירמות, וכולן רואות לפנייהן את אותם מאפיינים של הפרויקט. לא מן הנמנע שפירמה מסוימת תראה לפנייה תשואה עולה לגודל בפרויקט אחד, ותשואה יורדת לגודל בפרויקט אחר.

אין תשובה ברורה לשאלה האם קיים קשר בין גודל הפרויקט לגודלן של הפירמות המועסקות בבנייתו, במיוחד כשמדובר בקבלני משנה. בתחום זה של קבלנות משנה, נוטות החברות הגדולות לעסוק בבניה לא למגורים, הדורשת יותר התמחות, ולהשאיר את הבניה למגורים לחברות קטנות.

המעורבות הציבורית הגדולה שקיימת בענף הבניה, מבחינת התכנון, השליטה על נושא הקרקעות, והבניה ביוזמה ציבורית, גורמת לעניין באמידת התשואה לגודל בענף הבניה למגורים. סוג התשואה לגודל שקיים בענף יכול להיות שיקול מרכזי בתכנונם של פרויקטים בבניה למגורים מבחינת הפרמטרים שמגדירים את התפוקה בענף זה.

כמובן ששאלה מרכזית שאצטרך לטפל בה בעבודה זאת היא כיצד נמדדת התפוקה בענף הבניה למגורים.

הנתונים לעבודה הם נתוני חתר רוחב שהתקבלו מסקר הוצאות בבניית בתי מגורים שערכה הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה, לצורך עדכון מדד מחירי תשומה בבנייה למגורים, בשנת 1990. בסקר זה נאספו נתונים אודות 76 פרויקטים לבניה למגורים שבנייתם החלה מסוף שנת 1985 והסתיימה עד אמצע שנת 1989.³

המודל האקונומטרי שנעשה בו שימוש הוא פונקציית עלויות מסוג Translog, כאשר המשתנים המסבירים הם תפוקה ומחירי גורמי הייצור.

-3-
 2. מבנה ענף הבניה למגורים בשנים 1985-1989. <55>

ענף הבניה למגורים בתקופת הסקר אופיין בבניה שעיקרה מיוזמה פרטית, וביציבות בשטח התחלות הבניה ובשטח גמר הבניה בכל שנה. בטבלה שלהלן מוצגים נתונים אודות התחלות וגמר בניה של דירות חדשות לפי יזם, בשנים הרלבנטיות לסקר (כל הנתונים באלפי מ"ר):

סה"כ דירות חדשות:

1989	1988		1987		1986		1985
גמר	גמר	התחלות	גמר	התחלות	גמר	התחלות	התחלות
3,088	2,599	3,118	2,534	2,934	2,634	2,435	2,504

דירות חדשות ביוזמה פרטית:

1989	1988		1987		1986		1985
גמר	גמר	התחלות	גמר	התחלות	גמר	התחלות	התחלות
2,753	2,309	2,818	2,219	2,649	2,274	2,150	2,056

דירות חדשות ביוזמה ציבורית:

1989	1988		1987		1986		1985
גמר	גמר	התחלות	גמר	התחלות	גמר	התחלות	התחלות
335	290	300	315	285	360	285	448

הבנייה בעיקרה היא בנייה עירונית ומאופיינת ע"י בניית דירות באיכות גבוהה בעלות מספר רב של חדרים ושטח גדול. הטבלה הבאה מציגה את התפלגות השטח של בניי מגורים שבנייתם הסתיימה בתקופת הסקר, לפי סוג היישוב; כמוכן מראה הטבלה את השטח הממוצע לדירה ומספר החדרים הממוצע לדירה בכל אחת מהשנים הרלבנטיות לסקר.

	1986	1987	1988	1989
(*) ערים גדולות	38.4%	39.9%	35.2%	40.1%
יישובים עירוניים אחרים	37.9%	40.9%	49.1%	45.2%
יישובים לא עירוניים	23.7%	19.2%	15.7%	14.7%
שטח ממוצע לדירה	121	127	132	138
מספר חדרים ממוצע לדירה	3.9	4.1	4.3	4.4

(*) ערים גדולות - ירושלים וסביבותיה, תל אביב וגוש דן, חיפה והקריות.

ניתן לראות שכ- 80% מהבניה למגורים בתקופה בה נערך הסקר היתה ביישובים עירוניים כאשר כ- 40% ממנה היתה בערים הגדולות. כמוכן ניתן לראות מגמת עליה באיכות הדירות שמתבטאת בשטח הדירה ובמספר החדרים בדירה.

תהליך הייצור של בבניה קונבנציונאלית של בתי מגורים (להלן אתיחס רק לבניה קונבנציונאלית בכל מקום שידובר על בניה) הוא שונה מתהליכי ייצור בענפים אחרים. מבצע הבניה הוא הקבלן הראשי והוא מחלק את העבודה על פי רצונו, חלק נעשה בביצוע עצמי וחלק ע"י קבלני משנה. הקבלן הראשי יכול לעבוד עבור יזם, ויכול להיות יזם בעצמו. היזם הוא זה שמממן את פרויקט הבניה ובד"כ הוא גם הבעלים של הקרקע שעליה מתבצע הפרויקט.

אחד מממצאיו העיקריים של סקר הוצאות בבניה למגורים האחרון הוא, שמירב העבודות המתבצעות באתר הבניה נמסרות לקבלני משנה, וחלקו של הקבלן הראשי בבניה הכך והצטמצם (ראה הערה 2).

ההנחה הבסיסית בעבודה זאת היא שהקבלנים רואים בפניהם תפוקה ומחירי גורמי ייצור אקסוגניים ולכן שיקולי הרווח שלהם מתבטאים במינימיזציה של העלויות. הנחה זאת מאפשרת להשתמש במודל האקונומטרי שיוצג בפרק הבא. הנחותים להנחה זאת מוצגים להלן:

קבלני המשנה (שבצעו בתקופת הסקר 90% מהעבודות בתהליך הבניה) מתחילים לעבוד באתר כאשר כמות התפוקה שהם צריכים לייצר, ואיכותה כבר נקבעו מראש והוגדרו להם באמצעות כתב הכמויות שאותו הם נדרשים לבצע.

קבלן ראשי, שאיננו יזם, עומד במצב זהה למצבו של קבלן המשנה, מכיוון שהתפוקה שהוא צריך לבצע (בהמשך אתיחס להגדרת התפוקה בענף הבניה) נקבעה מראש ע"י היזם מבחינת מספר הדירות, שטחן, איכותן וכו'.

במקרה של קבלן ראשי שהוא גם היזם, הטענה תהיה שגם כאן התפוקה נקבעת מראש. הסיבה לכך היא שהבניה למגורים בישראל חייבת באישורים של רשויות רבות, ותהליך זה של קבלת אישורים לוקח זמן רב; לכן כאשר מתחילה הבניה בפועל כבר נקבעו מראש כל הפרמטרים הקובעים את התפוקה כגון: מספר יחידות הדירות, שטחי הדירות, גובה המבנים וכו' ובאופן מעשי לא ניתן לשנותם.

סיבה נוספת להנחה אודות האקסוגניות של התפוקה היא שבמקרים רבים כל מאפייני הבנין כמו מספר יחידות הדירות, שטחי הדירות ורמת הגימור מוכתבים ליזם על ידי תוכניות המתאר של העיריה או הרשות המקומית שבתחומה מוקם הפרויקט.

הנחת האקסוגניות של מחירי גורמי הייצור מתבססת על כך שבישראל פעלו בתקופת הסקר כ- 4,000 קבלנים כלליים (עפ"י הרישומים של רשם הקבלנים, צריך לזכור שישנם קבלנים רבים, במיוחד בתחום קבלנות המשנה שאינם רשומים) ולכן הנחתי שלאף קבלן אין השפעה מונופסונית על מחירי גורמי הייצור שהוא קונה.

לגבי שכר עבודה, השינויים העיקריים החלים בשכרם של המועסקים בענף נובעים מהסכמי שכר אחידים שחותמת הסתדרות פועלי הבנין עם המעסיקים, או מתוספות יוקר לכל המשק.

כ- 42% מהמועסקים בענף בתקופת הסקר היו עובדי שטחים שלגביהם השינויים היחידים החלים בשכר נובעים מתוספת יוקר ומעדכון כללי של שכר המינימום.

הטכנולוגיה שאפיינה את ענף הבנייה בתקופה הנדונה היתה עתירת עבודה והתבססה בעיקרה על כוח עבודה זול מהשטחים. כפי שהראה בר נתן במחקרו (ראה הערה י"ט) ענף הבניה למגורים מתאפיין בקפאון טכנולוגי מאז שנות ה-60. הטבלה הבאה מציגה את משקליהם של סוגי התשומות העיקריות: חומרים, שכר עבודה והון על פי ממצאיהם של סקרי ההוצאות בענף שעורכת הל.מ.ס.⁴⁶:

סקר 1972/3	סקר 1980	סקר 1990	
48.4%	44.5%	42.9%	חומרים:
42.8%	42.8%	44.1%	שכ"ע:
			ציוד
5.2%	6.8%	5.5%	והובלה:
3.6%	5.9%	7.5%	כלליות:

ניתן לראות שהרכבם של גורמי הייצור בענף, ברמת הקבוצות הראשיות, כמעט ולא השתנה, דבר המעיד על העדר שינויים טכנולוגיים בענף.

לעומת הרכב התשומות הכללי שלא השתנה כמעט, בהרכב חומרי הגלם חלו שינויים מסקר לסקר. כהלן תוצגנה הקבוצות הראשיות של חומרי הגלם המשמשים את הענף ומשקליהם מתוך סך החומרים, על פי ממצאיו של סקר ההוצאות האחרון:

6.0%	חומרי מחצבה:
2.4%	שיש, חרסינה וקרמיקה:
35.9%	מלט ומוצרים:
9.3%	מוצרי אינסטלציה סניטרית:
4.0%	מוצרי אינסטלציה חשמלית:
9.0%	מוצרי ברזל:
30.4%	מוצרים מוגמרים:
3.0%	חומרים ומוצרים אחרים:

3. המודל האקונומטרי ורקע תאורטי.

המודל האקונומטרי שהשתמשתי בו מתבסס על סדרת משפטים מתמטיים העוסקים הן בפונקציית הייצור והן בפונקציית התועלת, ונקראים משפטי הדואליות.

בהקשר של פונקציית הייצור ישנם מספר משפטים שהוכחו לראשונה ע"י Shephard (1953) וע"י Samuelson (1953/4) והם מראים שקיימת דואליות בין פונקציית הייצור לפונקציית עלויות.⁷

הדואליות בין פונקציית הייצור ופונקציית העלויות משמעה שבהינתן פונקציית

$$(1) \quad y = f(x) \quad \text{ייצור כלשהיא:}$$

$$x = (x_1, x_2, \dots) \quad \text{כאשר:}$$

הוא וקטור של יחידות של גורמי ייצור.

ו- y הוא התפוקה המקסימלית שניתן לייצר באמצעות הוקטור x .

ניתן תחת תנאים מסוימים לגבי פונקציית הייצור לקבל את פונקציית העלויות כפתרון של בעיית המינימיזציה:

$$(2) \quad C(y, p) = \text{Min } (p \cdot x)$$

$$\text{s.t. : } f(x) \geq y$$

כאשר p הוא וקטור של מחירים הנתון ליצרן, והוא מביא למינימום את עלויות הייצור הדרושות לייצור התפוקה y .

במקביל בהינתן פונקציית העלויות (2) ותחת התנאים המתאימים, ניתן לקבל בחזרה את פונקציית הייצור (1) כפתרון של בעיית המקסימיזציה:

$$(3) \quad f(x) = \text{Max } (y)$$

$$\text{s.t. : } C(y, p) \leq (p \cdot x)$$

$$p \geq 0$$

כאשר פונקציות הייצור (1) ו- (3) הן זהות.

קשר זה בין פונקציית הייצור ופונקציית העלויות מאפשר לאמוד את פונקציית הייצור וכל הפרמטרים שלה באמצעות פונקציית העלויות הדואלית לה, מבלי לתת צורה מפורשת לפונקציית הייצור. דבר זה מאפשר אמידה "גמישה" של פונקציית הייצור מבלי לכפות עליה איכוים ע"י מתן צורה פונקציונלית ספציפית.

המודל האקונומטרי שנבחר לצורך האמידה הוא פונקציית עלויות מסוג Translog שצורתה הכללית היא כדלהלן: ^e

$$(4) \quad \ln C = \beta_0 + \beta_y \cdot \ln Y + \frac{1}{2} \cdot \beta_{yy} \cdot (\ln Y)^2 + \sum \beta_i \cdot \ln P_i + \\ + \sum \beta_{yi} \cdot \ln P_i \cdot \ln Y + \frac{1}{2} \cdot \sum \sum \beta_{ij} \cdot \ln P_i \cdot \ln P_j$$

בהינתן 3 גורמי ייצור: חומרי גלם (m), עבודה (l) והון (k) תקבל פונקציית העלויות את הצורה המפורשת הבאה:

$$(5) \quad \ln C = \beta_0 + \beta_y \cdot \ln Y + \frac{1}{2} \cdot \beta_{yy} \cdot (\ln Y)^2 + \beta_{ym} \cdot \ln Y \cdot \ln P_m + \\ + \beta_{yl} \cdot \ln Y \cdot \ln P_l + \beta_{yk} \cdot \ln Y \cdot \ln P_k + \beta_m \cdot \ln P_m + \\ + \beta_l \cdot \ln P_l + \beta_k \cdot \ln P_k + \\ + \frac{1}{2} \cdot (\beta_{ml} \cdot \ln P_m \cdot \ln P_l + \beta_{mk} \cdot \ln P_m \cdot \ln P_k + \beta_{mm} \cdot (\ln P_m)^2) + \\ + \frac{1}{2} \cdot (\beta_{kl} \cdot \ln P_k \cdot \ln P_l + \beta_{km} \cdot \ln P_k \cdot \ln P_m + \beta_{kk} \cdot (\ln P_k)^2) + \\ + \frac{1}{2} \cdot (\beta_{lm} \cdot \ln P_l \cdot \ln P_m + \beta_{lk} \cdot \ln P_l \cdot \ln P_k + \beta_{ll} \cdot (\ln P_l)^2)$$

בסה"כ ישנם במשוואה (5) 18 פרמטרים.

התאוריה מחייבת שפונקציית העלויות תהיה הומוגנית מדרגה 1 במחירים. המשמעות של איכוך זה הוא שבהינתן עליה פרופורציונלית אחידה של כל מחירי גורמי הייצור תגדל סך העלות באותה פרופורציה.

$$(6) \quad C(y, \delta \cdot p) = \delta \cdot C(y, p)$$

הביטוי של איכוך ההומוגניות מדרגה 1 בפונקציית ה-Translog מקבל את הצורה הבללית הבאה:

$$(7) \quad \sum \beta_i = 1 \\ \sum \beta_{yi} = 0 \\ \sum \sum \beta_{ij} = 0$$

בנוסף לכך צריכות הנגזרות השניות הצולבות ביחס למחירים להיות סימטריות:

$$\beta_{ji} = \beta_{ij} \quad \text{לכל } i \text{ ו- } j$$

כאשר נותנים לאילוצים אלה צורה מפורשת לגבי 3 גורמי ייצור מתקבלים השיויונות הבאים:

א. אילוצי סימטריה:

$$(8) \quad ; \beta_{lm} = \beta_{ml} ; \beta_{lk} = \beta_{kl} ; \beta_{km} = \beta_{mk}$$

סה"כ 3 אילוצים.

ב. אילוצי הומוגניות מדרגה 1:

$$(9) \quad \beta_m + \beta_k + \beta_l = 1$$

$$\beta_{ym} + \beta_{yl} + \beta_{yk} = 0$$

$$\beta_{ml} + \beta_{mk} + \beta_{mm} = 0$$

$$\beta_{lm} + \beta_{lk} + \beta_{ll} = 0$$

$$\beta_{km} + \beta_{kl} + \beta_{kk} = 0$$

סה"כ 5 אילוצים.

ע"י הצבה של האילוצים מ- (8) ו- (9) כמשוואה (5) וכינוס אברים הגעתי למשוואה שנאמדה:

(ניתן באמצעות הצבה שונה של האילוצים להגיע למשוואות אחרות שכולן אקויוולנטיות).

(10)

$$\ln C^* = \beta_0 + \beta_y \cdot \ln Y + \frac{1}{2} \cdot \beta_{yy} \cdot (\ln Y)^2 + \beta_k \cdot \ln P_k^* + \beta_l \cdot \ln P_l^*$$

$$+ \beta_{yl} \cdot \ln Y \cdot \ln P_l^* + \beta_{yk} \cdot \ln Y \cdot \ln P_k +$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot (- \beta_{lm} \cdot (\ln P_l^*)^2 - \beta_{mk} \cdot (\ln P_k^*)^2 - \beta_{kl} \cdot (\ln P_l - \ln P_k)^2)$$

כאשר:

$$\ln C^* = \ln C - \ln P_m$$

$$\ln P_l^* = \ln P_l - \ln P_m$$

$$\ln P_k^* = \ln P_k - \ln P_m$$

במשוואה זאת נאמדים 10 פרמטרים, 3 הפרמטרים הסימטריים מתקבלים מיידית מ-(10), ו-5 פרמטרים נוספים מחושבים על פי (9). אחת התוצאות של משפטי הדואליות הוא משפט הידוע בשם "הלמה של שפרד" והוא אומר את הדבר הבא:

$$(11) \quad d C / d P_i = X_i$$

כאשר X_i הוא הכמות המובקשת מגורם הייצור i .

אם נגזור את הלוגריתם של ההוצאה ביחס ללוגריתם של המחיר i נקבל את גמישות ההוצאה ביחס למחיר של גורם הייצור i .

$$(12) \quad d \ln C / d \ln P_i = (d C / d P_i) / (C / P_i)$$

נציב את (11) ב-(12) ונקבל:

$$(13) \quad d \ln C / d \ln P_i = (X_i \cdot P_i) / C = S_i$$

כאשר S_i הוא ה- Cost Share: משקל ההוצאה של גורם ייצור i מתוך סך ההוצאה.

הצורה הכללית של משקלי ההוצאה המתקבלים מפונקציית ה- Translog מתקבלת ע"י גזירה של הפונקציה ביחס ללוגריתם של מחיר גורם ייצור i :

$$(14) \quad S_i = \beta_i + \beta_{yi} \cdot \ln Y + \sum \beta_{ij} \cdot \ln P_j$$

המשוואות המפורשות למשקלי ההוצאות של 3 גורמי ייצור הן:

$$(15) \quad S_m = \beta_m + \beta_{ym} \cdot \ln Y + \beta_{lm} \cdot \ln P_l + \beta_{km} \cdot \ln P_k + \beta_{mm} \cdot \ln P_m$$

$$(16) \quad S_l = \beta_l + \beta_{yl} \cdot \ln Y + \beta_{ll} \cdot \ln P_l + \beta_{kl} \cdot \ln P_k + \beta_{ml} \cdot \ln P_m$$

$$(17) \quad S_k = \beta_k + \beta_{yk} \cdot \ln Y + \beta_{lk} \cdot \ln P_l + \beta_{kk} \cdot \ln P_k + \beta_{mk} \cdot \ln P_m$$

כמובן שמעצם הגדרת משקלי ההוצאות חייב להתקיים:

$$\sum S_i = 1$$

דרישה תאורטית נוספת שקיימת לגבי פונקציית העלויות היא שכל ה- S_i יהיו חיוביים, דרישה זאת מבטאת את המונוטוניות העולה של פונקציית העלויות ביחס למחירי גורמי הייצור. המשמעות של דרישה זאת היא שעליה במחירו של גורם ייצור i כאשר כל שאר המשתנים כלא שינוי תביא לעליה בסך העלות.

נגדיר עוד את גמישות ההוצאה ביחס לתפוקה:

$$(18) \quad d \ln C / d \ln Y = \beta_y + \beta_{yy} \cdot \ln Y + \sum \beta_{yi} \cdot \ln P_i = V_y$$

הצורה המפורשת של V_y ל- 3 גורמי ייצור היא:

$$(19) \quad V_y = \beta_y + \beta_{yy} \cdot \ln Y + \beta_{ym} \cdot \ln P_m + \beta_{yl} \cdot \ln P_l + \beta_{yk} \cdot \ln P_k$$

דרישת המונוטוניות חלה גם על הנגזרת הראשונה ביחס לתפוקה, כלומר V_y צריך להיות חיובי. המשמעות היא שעליה בתפוקה, כלא שינוי במחירי גורמי הייצור, תביא לעליה בסך העלות.

V_y מבטא למעשה את ההופכי של התשואה לגודל; כאשר ישנה תשואה עולה לגודל V_y יהיה קטן מ-1, כלומר גידול של X אחוזים בתפוקה יגדיל את העלות בפחות מ- X אחוזים. כמדד לתשואה לגודל השתמשתי במדד שהוגדר ע"י Christensen & Greene:

$$(20) \quad SCE = 1 - V_y$$

כאשר ישנה תשואה עולה לגודל SCE יהיה חיובי.
כאשר ישנה תשואה פוחתת לגודל SCE יהיה שלילי.
כאשר התשואה קבועה לגודל SCE יהיה אפס.

(SCE) מתאר למעשה יתרונות לגודל - Scale Economies ולכן הוא חיובי כאשר ישנה תשואה עולה לגודל (וההיפך)

דרישות תאורטיות נוספות שפונקציות העלויות צריכה לקיים הן:
(-) הפונקציה צריכה להיות חיובית עבור מחירים ותפוקה חיוביים.
(-) הפונקציה צריכה להיות קעורה (Concave) במחירי גורמי הייצור.

הנחה נוספת שהנחתי היא שפונקציית העלויות ניתנת להפרדה (Separable) במחירי גורמי הייצור. (ראה הערה (8), שם עמ' 115). הנחה זאת אומרת שבהינתן פונקציית עלויות:

$$(21) \quad c = C(p_1, p_2, \dots, p_j, y)$$

פונקציית העלויות c תהיה ניתנת להפרדה אם מתקיים:

$$(22) \quad c = C(P(p_1, p_2, \dots, p_k), p_{k+1}, \dots, p_j, y)$$

והפונקציה P היא בלתי תלויה במחירים של $k-j$ גורמי הייצור האחרים, וכן היא בלתי תלויה בתפוקה.

המשמעות של הנחת ה-Separability, כפי שהוצגה ב-(21) ו-(22) היא שניתן להשתמש במדדי מחירים אגרגטיביים של קבוצות של גורמי ייצור ובכך להפוך את אמידת פונקציית העלויות לאפשרית. במסגרת מדד תשומות הבניה נמדדים מחיריהם של כ-300 מוצרים ושרותים, כך שכלא ההנחה הזאת לא ניתן לאמוד את המודל בכלל.

האגרגציה שנעשתה במחירי גורמי הייצור היא כאמור, ל-3 קבוצות, חומרי גלם, שרותי עבודה ושרותי הון. ההנחה היא שהקשרים הפונקציונליים בתוך כל קבוצה של מחירים, אינם מושפעים ע"י המחירים בקבוצות האחרות וע"י התפוקה.

פונקציית עלויות תיקרא הומוטתית אם מתקיים כגבי (21):

$$(23) \quad c = C(P(p_1, p_2, \dots, p_j), y)$$

והפונקציה P אינה תלויה בתפוקה והומוגנית מדרגה 1.

משמעותה של הומוטתיות היא שלתפוקה אין קשר פונקציונלי עם מחירי גורמי הייצור. את (23) ניתן לכתוב גם בצורה הבאה:

$$(24) \quad c = P(p_1, p_2, \dots, p_j) \cdot H(y)$$

ואם נהפוך את (24) ללוגריתמים נקבל:

$$(25) \quad \ln c = \ln P(p_1, p_2, \dots, p_j) + \ln H(y)$$

מ- (25) ניתן לראות שהתנאי להומוטטיות בפונקציית העלויות מסוג Translog מסתכם בכך ש:

$$\beta_{yi} = 0 \quad \text{לכל } i$$

בצורתו המפורשת ל-3 גורמי ייצור הופך התנאי להומוטטיות ל-3 איכוצים:

$$\beta_{ym} = 0$$

$$\beta_{yl} = 0$$

$$\beta_{yk} = 0$$

איכוצים אלה ניתנים לבדיקה כאיכוצים לינאריים על משוואת הרגרסיה.

הנושא האחרון שיוצג במסגרת החלק התאורטי הוא הטיפול בנושא הגדרת התפוקה. תפוקתם של הקבלנים הן דירות למגורים, אולם ברור שדירות אינן הומוגניות וישנם מרכיבי איכות שמבדילים ביניהם.⁹ כללית ניתן לסמן את התפוקה בענף הבנייה למגורים באופן הבא:

$$(26) \quad y = f(N, Q)$$

כאשר N הוא מספר יחידות הדיור ו- Q היא האיכות המתאימה של כל יחידת דיור. אם נניח ששטחה של יחידת הדיור הוא המשתנה הדומיננטי בתוך Q , כלומר דירות בעלות שטח גדול יותר הן גם בעלות איכות גבוהה יותר מבחינת הגימור וכו', הרי ניתן לכתוב את (26) באופן הבא:

$$(27) \quad y = f(N, S_a)$$

כאשר S_a הוא שטחה של כל יחידת דיור.

בצורה פשוטה ניתן להגדיר את f כקשר מכפלתי, ומשתנה התפוקה יהיה:

$$(28) \quad y = N \cdot S_a = S_p$$

כאשר S_p הוא שטח הפרויקט.

במודל שנאמד בעבודה זו השתמשתי בשטח הפרויקט כמשתנה שמגדיר את התפוקה. בפרק האחרון של העבודה ניסיתי לבדוק השערות אלטרנטיביות לגבי הגדרת התפוקה.

4. הנתונים:

הנתונים שהשתמשתי בהם בעבודה זו לקוחים משני מקורות, הנתונים אודות התפוקה וההוצאות לקוחים מתוך סקר הוצאות לבניית בתי מגורים 1990 של הל.מ.ס, ואילו נתוני המחירים נאמדו בעזרת נתוני הסקר הנ"ל ומרכיבים שונים של מדד תשומות הבניה כפי שיוסבר להלן.

הנתונים שנלקחו מסקר ההוצאות הם הנתונים הגולמיים שהתקבלו מחקירתם של 76 פרויקטים לבניה למגורים בכל הארץ (ראה הערה (3) להלן). מנתונים אלה התקבל שטח הפרויקט, מספר יחידות הדיור, מספר חדרים, אזור בארץ, מספר קומות, משך הפרויקט וסך העלות הישירה של הפרויקט.

בטבלה שלהלן מוצג מדגם הפרויקטים עפ"י מיקומם הגאוגרפי:

מספר הפרויקטים	שטח באכפי מ"ר	שטח באחוזים
<u>76</u>	<u>251.7</u>	<u>100%</u>
8	44.8	17.8%
54	162.4	64.5%
14	44.5	17.7%
סך הכל		

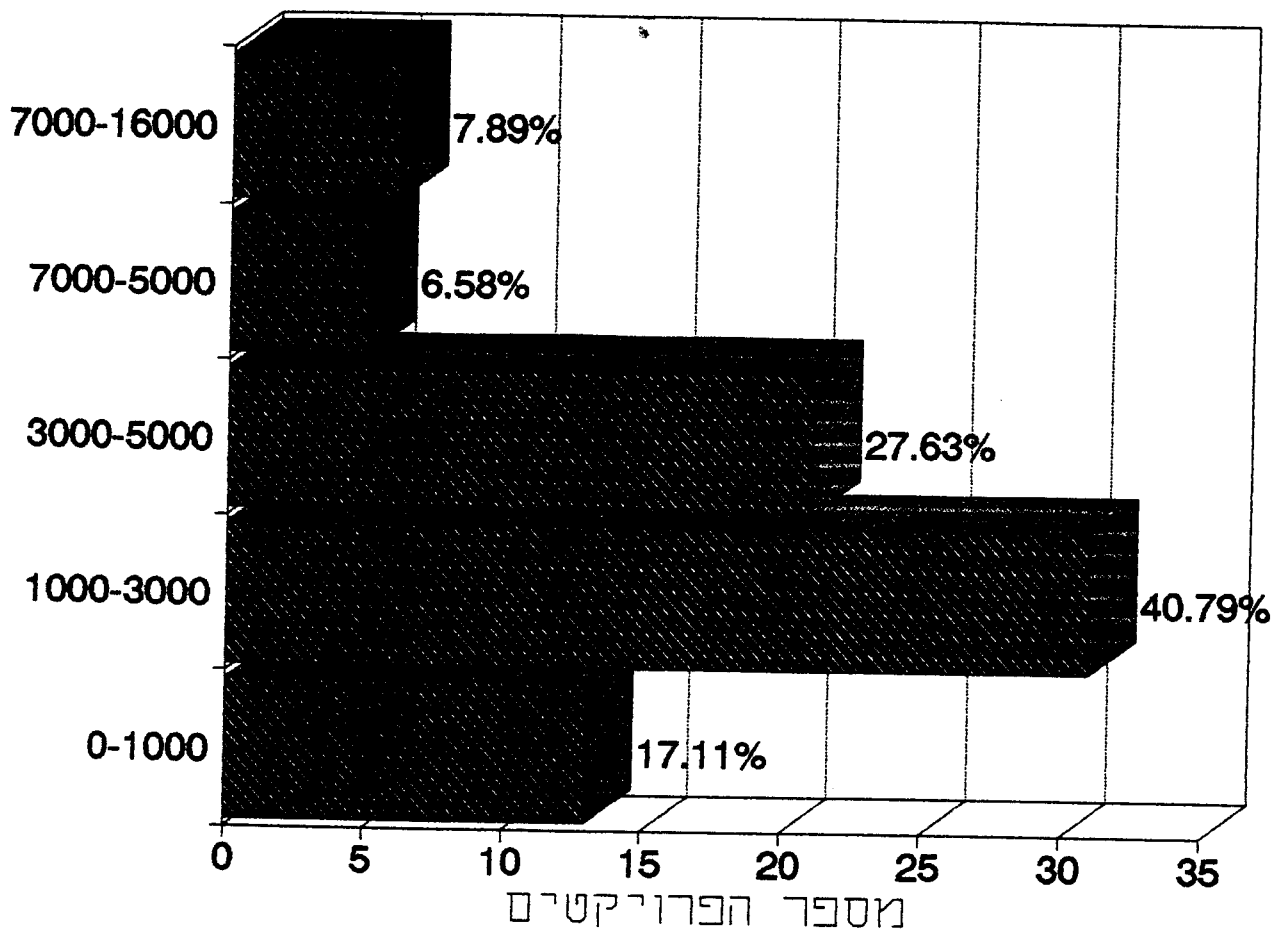
כפי שניתן לראות כשני שלישים מהפרויקטים במדגם הם באזור תל אביב והמרכז.

בדיאגרמה שלהלן מוצגת התפלגות הפרויקטים על פי שטחם במדגם.

שטח הפרויקט הממוצע במדגם הוא כ- 3,300 מ"ר, וניתן לראות ששטחם של כ- 85% מהפרויקטים במדגם היה קטן מ- 5,000 מ"ר, ושטחם של כ- 58% מהפרויקטים היה אף קטן מ- 3,000 מ"ר.

שטח ממוצע של יחידת דיור במדגם היה כ- 137 מ"ר (ראה גם נספח ד' להלן). מספר הקומות הממוצע למבנה היה כ- 5.2.

התפלגות הפרויקטים במדגם לפי שטח הפרויקט



העלות הישירה שנמדדה במדגם כוללת בתוכה את כל סעיפי ההוצאה של הקבלן הראשי שבנה את הפרויקט המשויכים באופן ישיר לפרויקט הנדון. עלות זאת מורכבת מארבעה סעיפי הוצאה: חומרים, שכר עבודה, קבלני משנה ואחרות. העלות הישירה אינה כוללת בתוכה את הוצאות התקורה של הקבלן הראשי (כגון אחזקת משרדים, פחת על ציוד וכו') וכן לא כלולות בה הוצאות מימון.

כמוכן אין העלות כוללת את מחיר הקרקע שעליה נבנה הפרויקט. העלות בסעיף "קבלני משנה", שמהווה בממוצע כ- 45% מסך עלות הפרויקט, היא למעשה התשלומים ששילם הקבלן הראשי לקבלני המשנה שהשתתפו בתהליך הבניה. בהיותה כזאת היא כוללת בתוכה את כל ההוצאות הישירות של קבלני המשנה באותו פרויקט, מרכיב העמסה של הוצאות התקורה של קבלן המשנה וכן מרכיב רווח. למעשה היה צורך לנכות את מרכיב הרווח של קבלני משנה, אולם לא נמצאה דרך ישירה לעשות זאת על סמך הנתונים הגולמיים.

סקר ההוצאות הנדון אינו נותן שום אינפורמציה לגבי המחירים ששולמו ע"י הקבלנים וקבלני המשנה עבור גורמי הייצור, וכתוצאה מכך נאלצתי לבצע אומדן של המחירים.

אומדן מחיריהם של גורמי הייצור התבסס על ההנחה שהשינויים במחירי גורמי הייצור הם אחידים בכל הארץ ולכל הקבלנים. אי לכך הפרויקטים השונים נבדלים ביניהם במחירים ששולמו עבור גורמי הייצור, רק בעיתוי השונה שבו נקנו גורמי הייצור. מכיון שהפרויקטים התחילו והסתיימו בנקודות זמן שונות, ניתן להשתמש בנתונים סטטיסטיים כלכליים אודות מחירי גורמי ייצור בטווח הזמן של הפרויקט כאומדן למחירים ששולמו בפועל.

לצורך בניית אומדני המחירים השתמשתי במרכיבים שונים של מדד תשומות הבניה ובסדרות שכר ממוצעות של ענף הבניה.

מחיר חומרי הגלם הורכב ממדדי מחירים של: חומרי מחצבה, מלט ומוצרים, שיש וחרסינה, ברזל בנין ומוצרים לאינסטלציה סניטרית. סה"כ מהווה ההוצאה על קבוצת חומרים ומוצרים זו כ- 85% מסך ההוצאה על חומרים בבניה למגורים. מחיר שרותי העבודה נמדד באמצעות שכר ממוצע ליום עבודה בענף הבניה. מחיר שרותי ההון הורכב ממדדי מחירים של הובלה שכורה ושכירת ציוד מכני.

במחירים של חומרי המחצבה במדד הבניה קיימת אי התאמה למודל מכיון שמחיר זה כולל גם את ההובלה, לכן בסעיף זה נעשה שימוש במדדי המחירים הפרטניים של חומרי מחצבה ללא הובלה ממדד מחירי תשומה בסכילה.

ההוצאה על כל אחת מקבוצות החומרים הנ"ל מוקמה לאורך משך הפרויקט לפי מודל הנדסי, המחלק את צריכת התשומות לאורך משך פרויקט בנייה.

משך פרויקט הבניה חולק לעשירונים* ופיזור התשומות לאורכו מוצג להלן:

התשומה	תחילת שימוש	גמר שימוש
חומרי מחצבה	תחילת הפרויקט	עשירון 8
מלט ומוצרי	תחילת הפרויקט	עשירון 8
שייש וחרסינה	עשירון 5	עשירון 8
ברזל בנין	תחילת הפרויקט	עשירון 5
מוצרי אינסטלציה	עשירון 5	גמר הפרויקט
שכירת ציוד	תחילת הפרויקט	עשירון 5
הובלה שכורה	תחילת הפרויקט	גמר הפרויקט
עבודה	תחילת הפרויקט	גמר הפרויקט

על פי המודל הזה, חושב ממוצע איתמטי של מדדי המחירים המתאימים לכל תשומה, בהתאם לזמן השימוש בה בכל פרויקט. חשוב לציין שבחישוב זה גלומה ההנחה שגורמי הייצור נרכשים באותו זמן שנעשה בהם שימוש.

לאחר שחושב המחיר של כל אחת מהתשומות שוקללו התשומות על פי משקליהם במדד מחירי תשומה בבניה כדי לקבל את מחיר חומרי הגלם, מחיר העבודה ומחיר ההון.

נספח א' שלהלן מציג את מחירי התשומות כפי שחושבו על פי המתואר לעיל וכן את המחירים הסופיים של חומרים, שכ"ע והון שבהם נעשה שימוש ברגרסיה.

5. תוצאות:

המשתנים שהוצגו לעייל שימשו לאמידת הפרמטרים של משוואת העלויות, כאשר העלות הובאה למחירים קבועים של ספטמבר 1987 - אמצע תקופת הסקר. (במקביל הרצתי גם רגרסיה זהה עם עלות במחירים שוטפים, אך התוצאות היו פחות טובות ולכן לא הוצגו). בכל הרגרסיות שלהלן הנחתי שהטעות היא אדיטיבית ומתקיימות כל ההנחות הקלאסיות לגביה. בהמשך יוצגו מבחנים לבדיקת תקפותן של ההנחות הקלאסיות בנתונים.

בלוח 1 מוצגים הפרמטרים שנאמדו ונקראים להלן מודל 1.

משוואת ה-translog המלאה (משוואה (10) נקראת מודל 1-א' בלוח 1. כפי שניתן לראות המקדמים אינם מובהקים ברמת מובהקות של 85% (מעטה ואיך אשתמש בערכי t או F של 85% כקריטריון לקביעת מובהקות), למעט המקדם של $\ln Y$. כמוכן המקדמים של המכפלות הפנימיות של המחירים אינם סבירים. מכפלות אלו הן הנגזרות של משקל ההוצאה ($Cost Share$) ביחס ללוגריתמים של המחירים השונים, והן כמעשה גמישויות של משקלי ההוצאה ביחס למחירים. אם ניקח כדוגמה את המקדם b_{kk} שערכו -347.13, הרי על פיו, כל עליה של מחיר ההון ב-1% תקטין את חלקו של ההון בהוצאה פי יותר מ-2.5, מה שכמובן מאוד לא סביר.

בנספח ב' שלהלן חושבו משקלי ההוצאה ($Cost Shares$) לכל אחת מהתצפיות במדגם. כאמור התאוריה דורשת שמשקלי ההוצאה יהיו חיוביים בכל נקודה, כתנאי למונוטוניות של פונקציית העלויות, אולם תנאי זה אינו מתקיים. לעומת זאת ניתן לראות על פי ערכו הגבוה של R^2 המתוקנן, וכן של הסטטיסטי F , שהרגרסיה בכללותה נותנת הסבר טוב למשתנה התלוי.

במודל 1-ב' שבלוח 1 נאמדה המשוואה של 1-א' כולל הנחה של הומוטתיות. ניתן לראות שאילו הומוטתיות הפך גם את המקדם של $\ln Y$ למובהק. המקדמים של המחירים קצת יותר "ממותנים", וכן ניתן לראות בנספח ב' שמשקלי ההוצאה ($Cost Shares$) מקבלים ערכים יותר נמוכים, למרות שעדיין לא מתקיים התנאי שכולם יהיו חיוביים (מכיון שמשקלי ההוצאה צריכים להיות חיוביים, ובמקביל להסתכם ל-1, ערכיהם צריכים לנוע בין 0 ל-1).

גם כאן ההסבר הכללי שנותנת הרגרסיה הוא גבוה. הסטטיסטי F שמוצג בעמודה של מודל 1-ב' בודק את ההשערת ההומוטתיות (מודל 1-ב' מול מודל 1-א') וניתן לראות שלא ניתן לדחות את ההשערה.

כוח 1 - מודל 1: מחירי גוי' לא מנוכחים

מודל 1-ה'		מודל 1-ג'		מודל 1-ב'		מודל 1-א'	
ערךי t	מקדמים	ערךי t	מקדמים	ערךי t	מקדמים	ערךי t	מקדמים
b0	5.8744	12.4409	6.2915	13.7684	3.9608	12.2122	4.7147
by	-1.3000	-0.7067	-1.5240	-0.8143	-1.0180	-0.6147	-1.7330
byy	3.1670	0.2192	3.4320	0.2335	3.4610	0.2367	3.5270
bl			-1.5930	-10.4764	-0.1310	-1.8065	-0.9330
bk							0.3620
bm	1.0000	1.7446	11.4764	0.2041	2.3065	0.1935	10.3841
byl					-0.7190	-1.2551	
byk							
bym					0.7190	1.2551	
blm			-1.2780	-57.9999	-1.3870	-64.3168	-0.5220
bkm							0.1110
blk							0.9160
bmm			1.2780	57.9999	1.3870	64.3168	0.2077
bkk							-0.6652
bll			1.2780	57.9999	1.3870	64.3168	-0.4168
Adj. R Square		0.9202	0.9241	0.9235	0.9222	0.9218	
SSE		4.5582	4.2200	4.1891	4.1430	4.0409	
מינוצ'ים		7.0000	5.0000	4.0000	2.0000		
דרגות חופש:		73.0000	71.0000	70.0000	68.0000	66.0000	
דרבין-וואטסון:		1.7538	1.8168	1.7898	1.8289	1.8175	
מבחן F לרגרסיה:		433.5610	229.1580	182.1830	127.9270	99.1970	
מבחן F (1):		2.0558	-	0.6050	-	-	
מבחן F (2):		-	0.5169	-	0.8335	-	

הערות והסברים

- א' - מחירי הון, עבודה וחז"ג הומוגניים מדרגה 1
- ב' - כמו (א') וגם הומוטתיות
- ג' - מחירי עבודה וחז"ג הומוגניים מדרגה 1
- ד' - כמו (ג') וגם הומוטתיות
- ה' - מחירי חז"ג הומוגניים מדרגה 1
- (1) מבחן F להשערת מחיר ההון ומחיר העבודה
- (2) מבחן F להומוטתיות

הבעיות במקדמי המחירים של מודלים 1-א' ו 1-ב' העלו את החשד שקיימת מולטיקולינאריות גבוהה בין המחירים שגורמת לערכים לא סבירים של המקדמים. הנחה זאת נבדקה בלוח 2 שלהלן, המציג את מקדמי המתאם בין הלוגריתמים של המחירים. (המחירים של מודל 1 מסומנים בלוח 2 כ- P_m, P_l, P_k). ניתן לראות שקיים מתאם גבוה מאוד של 0.96 ומעלה בין כל המחירים.

על מנת לפתור את בעית המולטיקולינאריות הושמטו בהדרגה משתנים מהרגרסיה: במודל 1-ג' הושמט מחיר ההון; ניתן לראות שאומנם יש להשמטה זאת השפעה "מרסנת" במקצת על המקדמים, אולם המקדם של $\ln Y$ מפסיק להיות מובהק. אם נבדוק בנספח ב' נראה שעדיין משקלי ההוצאה אינם חיוביים לכל תצפית כנדרש. הסטטיסטי F שמוצג בעמודה של מודל 1-ג' בודק את ההשערה שהשמטת מחיר ההון מוצדקת (הבדיקה היא של מודל 1-ג' מול מודל 1-א'). ניתן לראות על פי ערכו הנמוך של הסטטיסטי שלא ניתן לדחות את ההשערה שמחיר ההון אינו משפיע על המשתנה המוסבר.

במודל 1-ד' נאמדה המשוואה ללא מחיר ההון (כמו ג') עם הנחת הומוטיות. הוספת הנחת ההומוטיות גורמת לכך שמקדם $\ln Y$ וכן מקדם $\ln P_l$ הופכים להיות מובהקים. כמוכן מהסתכלות בנספח ב' בטבלת ה- Cost Shares ניתן לראות תמונה יותר סבירה, ב- 45, מתוך 76 התצפיות (כ- 60%), מתקבלים ערכים חיוביים של משקלי ההוצאה. מקדמי המחירים יותר "ממותנים", אולם עדיין ערכיהם גבוהים באופן לא סביר. הסטטיסטי F שמחושב בעמודה של מודל 1-ד' בודק את השערת ההומוטיות מול מודל 1-ג'. ערכו הנמוך של הסטטיסטי מצביע על כך שלא ניתן לדחות את ההשערה.

במודל 1-ה' הושמטו מחיר ההון ומחיר העבודה. מכיון ששמרתי על הנחת ההומוגניות מדרגה 1 במחיר חומרי הגלם, נאמדים למעשה רק שלושה פרמטרים במודל. במקרה הזה, בו יש רק מחיר אחד, הנחת ההומוגניות מדרגה 1 במחירים מאלצת את המודל להיות גם הומוטתי, מכיון שהשפעת התפוקה על העלות אינה תלויה במחירי גורמי הייצור.

השמטת מחיר העבודה גורמת למקדם של $\ln Y$ להפסיק להיות מובהק.

הסטטיסטי F שמחושב בעמודה של מודל 1-ה' בודק את ההשערה שהשמטת מחיר העבודה מוצדקת (מודל 1-ה' מול מודל 1-ג'), ערכו של הסטטיסטי מתאים להסתברות של 0.866, אם נבדוק את מודל 1-ה' מול מודל 1-ד' הסטטיסטי F שייקבל הוא 2.845 שמתאים להסתברות של 0.9148 מכאן ניתן להסיק שנדחה את ההשערה שהשמטת מחיר העבודה היא ספציפיקציה מתאימה יותר לאמידת המודל.

כוח 2: ניתוח שוננויות ומקדמי מתאם למחירים

Pm1	P11	Pk1	Pm	P1	Pk1	
-0.0011	-0.0011	0.0014	0.5479	0.7256	0.7784	ממוצע
0.0123	0.0141	0.0243	0.0765	0.0975	0.0855	טמ'ית תקן
1.0000			-	-	-	1:Pm1
0.3110	1.0000		-	-	-	1:P11
-0.3824	0.2923	1.0000	-	-	-	1:Pk1
-	-	-	1.0000			1:Pm
-	-	-	0.9845	1.0000		1:P1
-	-	-	0.9620	0.9858	1.0000	1:Pk

מתאם:

מחיר חו"ג מנוכה אינפלציה	-Pm1
מחיר עבודה מנוכה אינפלציה	-P11
מחיר הון מנוכה אינפלציה	-Pk1
מחיר חו"ג	-Pm
מחיר עבודה	-P1
מחיר הון	-Pk

מכל האמור לעיל עולות המסקנות הבאות:

- (-) הרגרסיה בסך הכל נותנת הסבר טוב למשתנה התלוי.
- (-) קיימת בעיה של מולטיקולינאריות במחירים הגורמת למקדמי המחירים לקבל ערכים לא סבירים.
- (-) משקלי ההוצאה המחושבים אינם יוצאים חיוביים כפי שהתאוריה דורשת, ייתכן ובעיה זאת נובעת מהבעיה הקודמת.
- (-) המודל ההומוטתי ללא מחיר הון נראה כמודל הטוב ביותר המסביר את המשתנה התלוי, הן מבחינת התנהגות ה- Cost Shares והן בגלל המבחנים הסטטיסטיים.
- (-) בשני המקרים שנבדקה השערת ההומוטתיות לא ניתן היה לדחותה.

לעומת התוצאות הכלל סבירות לגבי התנהגות המחירים, אם נבדוק את התנהגות מקדמי התפוקה נקבל תמונה שונה.

מקדם $(\ln Y)^2$ מובהק בכל אחד מחמשת המודלים, וערכו נשאר יציב בין 0.21 ל-0.25. סימנו החיובי של מקדם זה מעיד על תשואה פוחתת לגודל. מקדם זה הוא הנגזרת של V_y ביחס ללוגריתם של התפוקה, ולמעשה מהווה גמישות של V_y ביחס לתפוקה. סימנו החיובי מעיד ש- V_y הוא פונקציה עולה ביחס לתפוקה, ומכיון ש- V_y הוא ההופכי של התשואה לגודל, המסקנה היא שהתשואה לגודל פוחתת.

בנספח ב' חושבו ערכי V_y לכל אחת מהתצפיות בכל אחד מהמודלים. ניתן לראות שסימנו של V_y חיובי תמיד, כנדרש ע"י התאוריה, והמשמעות היא שפונקציית העלויות היא מונוטונית עולה בתפוקה.

כמו כן חושב בנספח ב' SCE לכל תצפית בכל המודלים (SCE חושב במוצעי המחירים של המדגם). נספח ה' מציג באופן גרפי את התנהגות ה- SCE ביחס לתפוקה (שטח הפרויקט).

ניתן לראות שבפרויקט הקטן ביותר SCE הוא חיובי ומקבל ערכים שבין 0.34 ל-0.4, ככל ששטח הפרויקט גדל SCE קטן, כאשר בשטח פרויקט של כ- 2,200 מ"ר הוא מתאפס (כלומר מגיע לתשואה קבועה לגודל) - התנהגות זו של ה- SCE היא אחידה לכל המודלים. לאחר מכן ה- SCE לשלילי, כאשר בטווח זה של שטחי הפרויקטים ניתן לראות שבמודל 1-ב' (כל המחירים והומוטתיות) ה- SCE נמוך יותר משבשאר המודלים והוא מגיע לערך מינימלי של (-0.4899) לעומת כ- (-0.4) בכל השאר.

בכל מקרה, ישנה התנהגות אחידה בכל המודלים של תשואה פוחתת לגודל.

צורה נוספת להציג את התשואה לגודל היא לחשב ולהציג את עקומת העלות הממוצעת (Average Cost) שבמקרה שלנו היא ההוצאה למ"ר. בנספח ד' חושבה ההוצאה הממוצעת לכל אחד מהמודלים לכל תצפית (גם כאן ההוצאה הממוצעת חושבה בממוצעי המחירים של המדגם) והוצגה בצורה גרפית בנספח ו'. ניתן לראות שכפריקט בעל השטח הקטן ביותר ההוצאה למ"ר, במודלים השונים, היא בין 750 ש"ח ל- 770 ש"ח; ההוצאה למ"ר הולכת וקטנה ככל ששטח הפרויקט גדל, עד שהיא מגיעה למינימום בפרויקטים ששטחם כ- 2,200 מ"ר, ערך ההוצאה למ"ר המינימלי נע בין 555 ש"ח ל- 570 ש"ח. בפרויקטים גדולים יותר ההוצאה למ"ר מתחילה לעלות ואנו מקבלים גרף הוצאה ממוצעת בעל צורת U כפי שמניחה התאוריה הכלכלית במקרה של תשואה פוחתת לגודל. נספח ו' מציג באופן גרפי את ההוצאה למ"ר של כל המודלים.

מספר נקודות ראויות לציון:

(-) במודל ההומוטתי 1-ב' ההוצאה הממוצעת גבוהה יותר משל המודל החופשי 1-א'. תוצאה זאת היא מעניינת מכיון שהיא זהה לתוצאה שקיבלו Christensen & Greene כשניתחו את ההוצאה הממוצעת בתחנות כוח בארה"ב (ראה שם ע' 670). גם בתוצאות שהתקבלו אצלם המודלים ההומוטתיים הם בעלי עלות ממוצעת גבוהה יותר מהלא הומוטתיים. תוצאה זאת לא מתקבלת בהשוואה בין מודל 1-ד' למודל 1-ג', אך היא תופיע שוב בהמשך בהצגת מודל 2.

(-) בהשוואה הגרפית בין ההוצאות למ"ר של המודלים 1-א', 1-ג' ו-1-ה' לא נראה שקיים הבדל משמעותי במבנה של פונקציית ההוצאות הממוצעות כתוצאה מהשמטת המחרים.

(-) שטח הפרויקט הממוצע במדגם הוא כ- 3,300 מ"ר והוא נמצא באזור של עלות למ"ר עולה (תשואה לגודל שלילית); העלות למ"ר של פרויקט בשטח של 3,300 מ"ר היא בין 565 ש"ח ל- 580 ש"ח. העלות למ"ר שחושבה ע"י ה.מ.ס על פי סקר זה היא 607 ש"ח, אולם בחישובי ה.מ.ס נוכחו מההוצאות הגולמיות, ששימשו בעבודה זאת, ריווחי קבלני משנה, ונוספה עליהם, מצד שני, העמסה של הוצאות עקיפות של הקבלן הראשי, שאינן משויכות ישירות לפרויקט.

(-) כ- 40 פרויקטים במדגם נמצאים בתחום של תשואה לגודל חיובית (הוצאה למ"ר פוחתת עם הגדלת השטח), שאר 36 הפרויקטים נמצאים בתחום של תשואה לגודל שלילית (הוצאה למ"ר עולה עם הגדלת השטח).

לבסוף חושבה העלות השולית לכל תצפית (גם היא מחושבת בממוצעי המחירים של המדגם). חישוב העלות השולית מתבסס על הקשר הבא:

$$(29) \quad V_y = d \ln C / d \ln Y = (dC / C) / (dY / Y) = (dC / dY) / (C / Y)$$

מכאן:

$$(30) \quad V_y = MC / AC$$

ומ- (30) ניתן לחשב את MC באמצעות הקשר:

$$(31) \quad MC = V_y \cdot AC$$

בנספח ד' חושבה העלות השולית למודלים 1-א' עד 1-ד', ובנספח ז' מוצגת העלות השולית באופן גרפי יחד עם העלות הממוצעת. כפי שניתן לראות העלות השולית עולה יחד עם שטח הפרויקט, עד שטח של 2,200 מ"ר העלות השולית נמוכה מהעלות הממוצעת, בנקודת המינימום של העלות הממוצעת, $MC = AC$ ובשטח גדול יותר העלות השולית גבוהה מן העלות הממוצעת. העלות השולית והעלות הממוצעת מתנהגות בהתאם לתאוריה הכלכלית.

לאור הבעיה שקיימת באמידת מקדמי המחירים נבדק מודל אחר שמנסה להתגבר על בעית המולטיקולינאריות. הנחתי שהשינוי במחירים מורכב משני גורמים, עליה כללית במחירים, שמשותפת לכל מחירי גורמי הייצור, ושינוי נפרד של כל אחד מהמחירים שאינו קשור לעליית המחירים הכללית. השינוי במחירו של גורם ייצור כלשהו הוא בפרויקט i:

$$(32) \quad P_i = \pi_i^\alpha \cdot E_i$$

כאשר P_i הוא השינוי במחירו של גורם הייצור (שנמדד במודל 1), π_i הוא שיעור האינפלציה הממוצע בתקופת הפרויקט ו- E_i הוא השינוי במחיר שאינו נובע מהאינפלציה. המטרה היא לבודד את E_i ולהתייחס אליו כאל מחיר גורם הייצור. לשם כך הורצה רגרסית עזר של המשוואה:

$$(33) \quad \ln P = \alpha \cdot \ln \pi$$

כאשר כאומדן לאינפלציה שימש מדד מחירים לצרכן (CPI כהלן). ולאחר מכן חושב המחיר E כשארית מרגרסיה (33):

$$(34) \quad E = \exp(\ln P - \alpha \cdot \ln \pi)$$

בשאריות של כל אחת מרגרסיות העזר השתמשתי כמחירים של גורמי ייצור - מנוכי אינפלציה.

לוח 3 שלהלן מציג את הפרמטרים שנאמדו ברגרסיות העזר לכל אחד מהמחירים. ניתן לראות שמקדם הרגרסיה הוא מאוד מובהק בכל אחת מהרגרסיות, כלומר ישנה השפעה ברורה של CPI על כל אחד מהמחירים.

נספח א' מציג גם את המחירים מנוכי האינפלציה שחושבו לשלושת גורמי הייצור. בשורות האחרונות של הטבלה בנספח א' מופיעים הממוצעים וסטיות התקן של המחירים, ניתן לראות שהממוצעים של המחירים מנוכי האינפלציה קרובים מאוד ל-1, וסטיות התקן שלהם קטנות מאוד. זה מעיד שהשינוי הנפרד במחירים, שאינו נובע מאינפלציה, הוא קטן מאוד.

בלוח 2 מוצגים מקדמי המתאם, הממוצעים וסטיות התקן של המחירים המנוכים בלוגריתמים (המחירים המנוכים מסומנים כ- $Pm1$, $P11$, $Pk1$). ניתן לראות שמקדמי המתאם ביניהם נמוכים, אולם במקביל ממוצעי הלוגריתמים של כל המחירים קרובים מאוד ל-0 וסטיות התקן קטנות מאוד. ניכוי השפעת האינפלציה גרם להקטנת המתאם בין המחירים, אך במקביל קטנה ההשתנות בתוך המחירים, שהיא זאת שאמורה להסביר את המשתנה התלוי.

לוח 4 מציג את מודל 2 שהוא הרצה של הרגרסיה תוך שימוש במחירים המנוכים.

גם כאן הורצו חמישה מודלים כמו במודל 1:

מודל 2-א: משוואת Translog מלאה.

מודל 2-ב: כמו 2-א עם הנחה של הומוטתיות.

מודל 2-ג: כמו 2-א אך בהשמטת מחיר ההון.

מודל 2-ד: כמו 2-ג עם הנחת הומוטתיות.

מודל 2-ה: כמו 2-ג אך בהשמטה של מחיר העבודה.

בנספח ג' חושבו ה- $Cost\ Shares$, Vy ו- SCE למודל 2.

באופן כללי התוצאות שהתקבלו מאוד דומות לתוצאות של מודל 1; המקדמים של המחירים גבוהים באופן לא סביר ומשקלי ההוצאה אינם חיוביים ברוב התצפיות.

pm : תומרי גלם

Regression Output:

Constant	0.0000
Std Err of Y Est	0.0124
R Squared	0.9740
No. of Observations	76.0000
Degrees of Freedom	75.0000

X Coefficient(s)	0.8980
Std Err of Coef.	0.002313
t value	388.212

pl : תדו תדו

Regression Output:

Constant	0
Std Err of Y Est	0.014205
R Squared	0.979051
No. of Observations	76
Degrees of Freedom	75

X Coefficient(s)	1.188422
Std Err of Coef.	0.002645
t value	449.2522

pk : תדו תדו

Regression Output:

Constant	0
Std Err of Y Est	0.024518
R Squared	0.91888
No. of Observations	76
Degrees of Freedom	75

X Coefficient(s)	1.270702
Std Err of Coef.	0.004566
t value	278.2958

כוח 4 - מודל 2: מחירי גוי'י בניכוי אינפלציה

מודל 2-א'		מודל 2-ב'		מודל 2-ג'		מודל 2-ד'		מודל 2-ה'		
מקדמים	ערכי t	מקדמים	ערכי t	מקדמים	ערכי t	מקדמים	ערכי t	מקדמים	ערכי t	
12.5236	5.4390	13.3500	6.1626	12.7529	5.9179	13.2802	6.3827	12.9927	6.3522	b0
-0.5928	-0.9990	-0.8042	-1.4400	-0.6772	-1.2230	-0.8102	-1.5140	-0.7297	-1.3900	by
0.2060	2.7050	0.2328	3.2460	0.2187	3.0970	0.2356	3.4520	0.2250	3.3660	byy
40.5210	1.2400	2.8593	0.7960	24.7944	0.9730	0.7168	0.3140			bl
-0.0923	-0.0067	-1.8130	-1.1270							bk
-39.4286	-0.9501	-0.0463	-0.0096	-23.7944	-0.9341	0.2832	0.1240	1.0000		bm
-4.7874	-1.1660			-3.0544	-0.9490					byl
-0.2423	-0.1390									byk
5.0297	0.9670			3.0544	0.9490					bym
-215.5603	-1.5980	-148.1990	-1.1780	-148.6547	-1.2030	-109.2125	-0.9390			blm
137.5044	1.2450	88.2916	0.8460							bkm
-59.1531	-0.3200	-46.8288	-0.2600							blk
78.0559	0.3916	59.9074	0.3288	148.6547	1.2030	109.2125	0.9390			bmm
-78.3513	-0.2846	-41.4628	-0.1532							bkk
274.7135	1.4102	195.0278	1.0311	148.6547	1.2030	109.2125	0.9390			bll
0.9260	0.9260	0.9270	0.9271	0.9271	0.9282	Adj. R Square				
3.9586	4.0825	4.1406	4.1939	4.2518	SSE					
	2.0000	4.0000	5.0000	7.0000	אינדיקס					
66.0000	68.0000	70.0000	71.0000	73.0000	דדגות חופש					
1.8001	1.8287	1.7562	1.7960	1.7834	דרגין-וואטסון					
105.3140	134.9770	191.5990	239.6090	485.5130	מבחן F לרגסיה					
	-	0.7588	-	0.6264	מבחן F (1)					
	1.0331	-	0.9007	-	מבחן F (2)					

הערות והסברים

- א' - מחירי הון, עבודה וחומ"ג הומוגניים מדגה 1
 ב' - כמו (א') וגם הומוטיות
 ג' - מחירי עבודה וחומ"ג הומוגניים מדגה 1
 ד' - כמו (ג') וגם הומוטיות
 ה' - מחירי חומ"ג הומוגניים מדגה 1
 (1) מבחן F להשמטת מחיר ההון ומחיר העבודה
 (2) מבחן F להומוטיות

ההבדלים בין מודל 2 למודל 1 במקדמי המחירים מוצגים להלן:

(-) במודל 2-ד' התנהגות ה-Cost Shares הרבה פחות טובה משבמודל 1-ד', ורק ב-20 מתוך 76 התצפיות יש ערך חיובי למשקל ההוצאה.

(-) הסטטיסטי F לבדיקת ההשערה שניתן להשמיט את מחיר העבודה, שעל פיו נדחתה ההשערה במודל 1-ה', הוא נמוך במודל 2-ה' ולכן לא ניתן לדחות את ההשערה.

לעומת זאת בכל מה שקשור להתנהגות פונקציית ההוצאות ביחס לתפוקה אין כמעט הבדל בין מודל 2 למודל 1.

המקדם של $(\ln Y)^2$ מובהק בכל הרגרסיות וערכיו אינם שונים מאלה שהתקבלו במודל 1. התנהגות ה-SCE במודל 2 כמעט זהה לזו של מודל 1.

גם גרף ההוצאה למ"ר שמוצג בנספח ו' מראה התנהגות כמעט זהה של המודלים, כאשר כאן בולטת עוד יותר העליה בהוצאה הממוצעת במודלים ההומוטתיים.

בגרף האחרון בנספח ה' ובגרף האחרון בנספח ו' מושווים מודל 1-ה' ו 2-ה'. ניתן לראות שבמודל 2-ה' ההוצאה למ"ר גבוהה יותר, ובאופן מקביל ה-SCE נמוך יותר.

בסך הכל פעולת הניכוי של האינפלציה מהמחירים לא שיפרה, ואפילו הרעה את אמידת הפרמטרים של המחירים. העובדה המעניינת שנילמדת ממודל 2 היא שלמחירי חומרי הגלם והעבודה יש השפעה על ההוצאה, אולם השפעה זאת היא משותפת לשני המחירים ולא ניתן לבודד את ההשפעה של כל מחיר.

כתוצאה מכך, כשנוכחה האינפלציה לא היה ניתן לדחות את ההשערה שניתן להשמיט את מחיר העבודה, השערה שנדחתה כאשר השתמשתי במחירים לא מנוכי אינפלציה.

כמוכן ראוי לציין שגם במודל 2 לא נדחיית השערת ההומוטטיות בשני המודלים שבהם היא נבדקה.

מכל האמור לעיל נראה שמודל 1-ד' הוא הספציפיקציה המתאימה ביותר לתאור פונקציית העלויות. בהמשך תיבדקנה מספר השערות נוספות, לגבי הנחות שונות שהונחו במהלך העבודה, ורובן תיבדקנה על מודל 1-ד'.

טעון אפשרי לגבי התוצאות שהתקבלו הינו שצורת ה-U שמקבלת פונקציית העלות הממוצעת אינה נובעת מתשואה פוחתת לגודל, אלא מהעובדה שפרויקטים בעלי שטח גדול וכן פרויקטים בעלי שטח קטן, מאופיינים באיכות גבוהה יותר של הבניה ולכן ההוצאה הממוצעת גדולה יותר בפרויקטים אלה משבשאר המדגם. כדי לבדוק טעון זה שורטט גרף של שטח ממוצע לדירה בכל פרויקט, ביחס לשטח הפרויקט (ראה הגרף שלהלן), כאשר הנחתי ששטח הדירה הוא מדד לאיכות הבניה. בהנחה שהטעון שהוצג לעייל נכון, היינו צריכים לקבל גרף בעל צורת U, מכיון ששטחי הדירות בקצוות המדגם אמורים להיות גדולים יותר. מהגרף ניתן לראות, שאומנם ישנה עליה בשטח הממוצע לדירה בפרויקטים גדולים, אך לא ניתן למצוא התנהגות כזאת לגבי פרויקטים קטנים.

בנספח ד', בשורה התחתונה, חושבו מקדמי המתאם בין ההוצאה למ"ר לבין שטח הדירה בכל אחד מהמודלים. ניתן לראות שמקדמי המתאם הם נמוכים, כ-0.4, בעוד שהיינו מצפים למתאם גבוה אילו שטח הדירה היה המשתנה שמסביר את התנהגות ההוצאה הממוצעת.

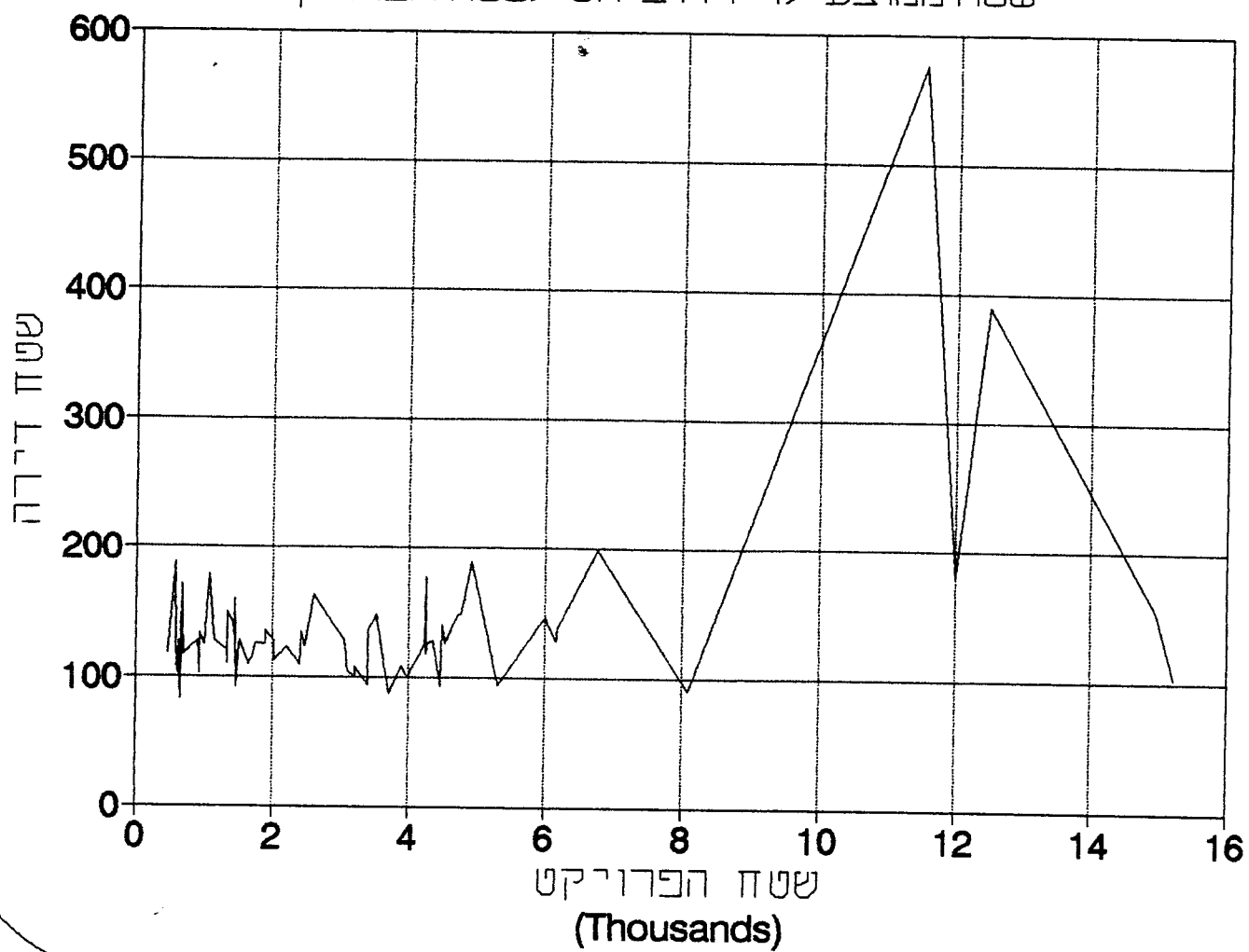
באמצעות טרנספורמצית פישר נבדקה ההשערה ש- $r = 0.8$, כאשר 0.8 מייצג מקדם מתאם גבוה, הסטטיסטי שמתקבל הוא 5.767, כך שהשערה נדחיית בכל רמת מובהקות.

במקביל היינו מצפים שאם הקשר הפונקציונלי בין שטח הדירה לשטח הפרויקט הוא בעל צורת U, מקדם המתאם בין שטח הפרויקט לשטח דירה יהיה נמוך. מקדם מתאם זה חושב גם הוא בנספח ד' והוא 0.8894 - כלומר מתאם גבוה. נבדקה ההשערה ש- $r = 0.4$, כאשר 0.4 מייצג מקדם מתאם נמוך, וגם כאן מתקבל סטטיסטי גבוה-8.53, שמביא לדחיית ההשערה.

השערה נוספת שמעניין לבדוק היא האם הספציפיקציה של התפוקה, כפי שתוארה בפרק 3 לעייל, היא מתאימה.

כאמור בפרק 3, גם אם נניח ששטח הדירה הוא המשתנה האיכותי היחידי שמשפיע על התפוקה, הרי לא בהכרח מתקיים הקשר המכפלתי הפשוט שהשתמשתי בו כדי להגדיר את התפוקה כשטח הפרויקט. הגדרת התפוקה כשטח הפרויקט משמעה שבבניית פרויקט בעל שטח נתון אין משמעות, מבחינת עלות הפרויקט, למספר הדירות שנבנות. לצורך בדיקת השערה זאת נאמד מודל מקביל למודל 1-ד', למעט קשר פונקציונלי גמיש יותר בין שטח הדירה למספר הדירות.

שטח ממוצע לדירה ביחס לשטח הפרויקט



נניח שהקשר בין מספר הדירות לשטחן הוא מהצורה הבאה:

$$(35) \quad Y = N \cdot Sa^\alpha$$

כאשר:

	N	- מספר יחידות הדירות בפרויקט
$Sa = Sp / N$	Sa	- שטח ממוצע לדירה שמוגדר:
	Sp	- שטח הפרויקט

בהפיכה ללוגריתמים נקבל את הקשרים הבאים:

$$(36) \quad \ln Y = \ln N + \alpha \cdot \ln Sa$$

$$(37) \quad (\ln Y)^2 = (\ln N)^2 + \alpha^2 \cdot (\ln Sa)^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \ln N \cdot \ln Sa$$

אם נציב את (36) ו- (37) במודל 1-ד' נקבל את המשוואה הבאה:

$$(38) \quad \ln C = \beta_0 + \beta_n \cdot \ln N + \beta_s \cdot Sa + \beta_{nn} \cdot (\ln N)^2 + \beta_{ss} \cdot (\ln Sa)^2 + \beta_{sn} \cdot \ln N \cdot \ln Sa + \beta_l \cdot \ln Pl + \beta_{lm} \cdot \ln Pl \cdot \ln Pm$$

כאשר:

$$(39) \quad \begin{aligned} \beta_n &= \beta_y \\ \beta_s &= \alpha \cdot \beta_y \\ \beta_{nn} &= \beta_{yy} \\ \beta_{ss} &= \beta_{yy} \cdot \alpha^2 \\ \beta_{sn} &= 2 \cdot \alpha \cdot \beta_{yy} \end{aligned}$$

הקשר הפונקציונלי שמוצג ב- (35) מחייב שיתקיימו מספר אילוצים לא לינאריים על הפרמטרים של משוואה (38):

$$(40) \quad \begin{aligned} (\beta_{sn} / \beta_{nn}) &= 2 \cdot (\beta_s / \beta_n) \\ (\beta_{ss} / \beta_{nn}) &= (\beta_s / \beta_n)^2 \end{aligned}$$

אולם אם נניח שקיים קשר כללי בין מספר הדירות לשטח הממוצע לדירה, שלא ניתן לתת לו ביטוי פונקציונלי מפורש, ניתן לאמוד את משוואה (38) כלא האילוצים שב- (40). משוואה (38) מתארת, במקרה זה, קשר פונקציונלי כללי יותר בין מספר הדירות לשטח ממוצע לדירה. משוואה זאת הופכת בחזרה לקשר המכפלתי הפשוט שנאמד במודל 1-ד' אם מתקיימים שלושה אילוצים:

$$\beta_n = \beta_s$$

$$\beta_{nn} = \beta_{ss}$$

$$\beta_{sn} = 2 \cdot \beta_{ss}$$

מהאמור לעיל מסתבר שע"י אמידת משוואה (38) והשוואתה עם מודל 1-ד', ניתן לבדוק את ההשערה האם שטח הפרויקט הוא תאור מתאים של התפוקה בענף הבניה למגורים.

בלוח 5 מופיעים הפרמטרים שנאמדו למשוואה (38), שנקראת בלוח זה מודל ביקורת, מול הפרמטרים שנאמדו במודל 1-ד'.

ניתן לראות שכל מקדמי התפוקה מובהקים, אולם מקדמי המחירים אינם מובהקים. הסטטיסטי F למבחן שתואר לעיל הוא 1.4785 והוא מתאים להסתברות של 0.7719, כלומר לא ניתן לדחות את ההשערה שהאילוץ המוצג ב-(41) מתקיים בפרמטרים.

המסקנה מכך היא שהשימוש בשטח הפרויקט כביטוי לתפוקה הוא מוצדק על פי נתוני המדגם.

כדאי לציין, שייתכן שהתוצאה שהתקבלה לגבי התפוקה נובעת מכך שתקופת הסקר מאופינת כמעט רק בבניה של דירות גדולות באיכות גבוהה, ולכן ישנה הומוגניות מסוימת בסוגי הדירות. אם בנתונים היתה גם בניה זולה, לא ברור אם היתה מתקבלת אותה תוצאה.

השערה נוספת שנבדקה היא האם ישנם פרמטרים איכותיים לגבי הבנייה, שמשפיעים על העלויות. לשם כך נאמדה משוואה מקבילה למודל 1-ד' בתוספת שלושה משתני דמי:

har - משתנה דמי לפרויקטים שנבנו בירושלים.

far - משתנה דמי לפרויקטים שנבנו מחוץ למרכזים העירוניים הגדולים.

high - משתנה דמי לפרויקטים שמספר הקומות הממוצע בהם הוא 6 ומעלה.

לוח 6 מציג את הפרמטרים שנאמדו למודל 1-ד' כולל משתני הדמי.

ניתן לראות שמבין שלושת המשתנים רק המשתנה המציינן פרויקטים שנבנו בירושלים הוא מובהק. בעמודה האמצעית של הלוח נאמדה המשוואה תוך השמטת משתני הדמי הלא מובהקים. הסטטיסטי F שחושב כדי לבדוק את ההשערה ששני משתנים אלה שווים ל-0 מקבל ערך נמוך מאוד, כך שקא ניתן לדחות את ההשערה.

קוח 5 בדיקת ספציפיקציה להגדרת התפוקה

מודל ביקורת			מודל 1-ד'		
מקדמים	ערכי t		מקדמים	ערכי t	
22.0848		b0	13.7684	6.2915	b0
-1.1576	-1.3330	bn	-0.8143	-1.5240	by
-3.8467	-2.3770	bs	0.2335	3.4320	byy
0.1098	2.9950	bnn			
0.3736	2.5400	bss			
0.3129	1.9830	bsn			
-6.3790	-0.9380	bl	-10.4764	-1.593	bl
-29.8717	-0.6370	blm	-57.9999	-1.2780	blm
0.9256			0.9241		Adj. R Square
3.9616			4.2200		SSE
			3.0000		אילוץ:
68.0000			71.0000		דרגות חופש:
			1.4785		מבחן F לספציפיקציה:

בוח 6 הוספת משתני דמי לרגרסיה

מודל 1-ד'

ללא משתנה דמי		משתנה דמי אחד		3 משתני דמי		
מקדמים	ט' ערכי	מקדמים	ט' ערכי	מקדמים	ט' ערכי	
13.7684	6.2915	13.8094		14.1074		b0
-0.8143	-1.5240	-0.8130	-1.6450	-0.8850	-1.7320	by
0.2335	3.4320	0.2291	3.6410	0.2366	3.6700	byy
-10.4764	-1.5930	-10.1641	-1.6700	-9.4916	-1.5300	bl
11.4764	1.7446	11.1641	1.8343	10.4916	1.6916	bm
-57.9999	-1.2780	-57.6683	-1.3730	-51.1860	-1.1850	blm
57.9999	1.2780	57.6683	1.3730	51.1860	1.1850	bmm
57.9999	1.2780	57.6683	1.3730	51.1860	1.1850	bll
		0.3355	3.6000	0.3501	3.6390	har
				0.0909	0.7860	far
				0.0306	0.4150	high
0.9241		0.9350		0.9337		:Adj. R Square
4.2200		3.5608		3.5271		:SSE
		2.0000				:אילושים
71.0000		70.0000		68.0000		:דגיות חופשי
		0.3253				:מבחן F (1)

הערות והסברים:

- har משתנה דמי לפרויקטים בירושלים
- far משתנה דמי לפרויקטים מדוחקים
- high משתנה דמי לפרויקטים של 6 קומות ומעלה
- (1) מבחן F להשפעת שני משתני דמי

המסקנה היא שבנייה בירושלים יקרה יותר מבניה בשאר חלקי הארץ (ראה בהמשך) בעוד שהמשתנים איכותיים כמו גובה או ריחוק ממרכזים עירוניים אינם משפיעים על העלויות.

למסקנה הסטטיסטית, שהבניה בירושלים יקרה יותר משבשאר הארץ, ישנם שני הסברים סיבתיים:

- (-) בתי מגורים בירושלים חייבים בציפוי אבן חיצוני.
- (-) בבתי מגורים בירושלים מותקנות מערכות של הסקה (מרכזית או דירתית).

מכיון שלא הצלחתי לקבל אומדים טובים לפרמטרים של המחירים נבדק מודל נוסף שבו הנחתי שלמחירי גורמי הייצור ישנה השפעה משותפת על העלות, אך לא ניתן לאמוד את ההשפעות הנפרדות של מחיר כל גורם ייצור. לשם כך השתמשתי במדד תשומות הבניה, בניכוי השפעת שעות קייץ, כביטוי לשינוי הכלכלי שחל במחירי גורמי הייצור.

המשוואה שנאמדה מוצגת להלן:

$$(42) \quad \ln C = \beta_0 + \beta_y \cdot \ln Y + \frac{1}{2} \cdot \beta_{yy} \cdot (\ln Y)^2 + \beta_p \cdot \ln P + \\ + \beta_{py} \cdot \ln P \cdot \ln Y + D1 \cdot \text{har}$$

כאשר P הוא מדד מחירי תשומה בבניה כפי שהוסבר לעיל.

הומוגניות מדרגה 1 במחירים מחייבת את קיומם של האילוצים הבאים:

$$(43) \quad \beta_p = 1 \\ \beta_{py} = 0$$

אילוצים אלה לא ניכפו על המשוואה, אלא נבדקו באמצעות אמידת המודל החופשי. קיומם של האילוצים ב-(43) הוא גם תנאי להומוגניות. לוח 7 שלהלן מציג את הפרמטרים שנאמדו, כאשר במשוואות אלו העלות היא במחירים שוטפים:

- מודל 3-א': הוא אמידה של (42).
- מודל 3-ב': הוא אמידה של (42) כאשר מניחים $\beta_{py} = 0$.
- מודל 3-ג': הוא משוואה (42) ללא משתנה הדמי לפרויקטים בירושלים.
- מודל 3-ד': הוא כמו 3-ג' עם ההנחה ש- $\beta_{py} = 0$.

לוח 7 מודל 3: כלל פרוט מחירים

מודל 3-א'		מודל 3-ג'		מודל 3-ב'		מודל 3-א'		
ערכי t	מקדמים	ערכי t	מקדמים	ערכי t	מקדמים	ערכי t	מקדמים	
12.3097		12.4751		12.3730		12.7895		b0
-0.7136	-1.3530	-0.7294	-1.3250	-0.7147	-1.4630	-0.7544	-1.4800	by
0.2228	3.3160	0.2214	3.2120	0.2187	3.5140	0.2151	3.3690	byy
0.9106	2.9320	0.5827	0.1920	0.9735	3.3780	0.1484	0.0530	bp
		0.0422	0.1080			0.1061	0.2940	bpy
				0.3335	3.5960	0.3348	3.5830	har
0.9314		0.9304		0.9412		0.9404		Adj. R Square
4.2333		4.2326		3.5810		3.5766		SSE
1.0000				1.0000				אילוץ:
72.0000		71.0000		71.0000		70.0000		דדגות חופש:
0.0117				0.0866				מבחן F להומוטתיות:
-0.2879				-0.0921				מבחן t להומוגניות:

הערות והסברים

- א' - כולל משתנה דמי לידושלים
- ב' - כמו (א') וגם הומוטתיות
- א' - כלל משתנה דמי לידושלים
- ד' - כמו (ג') וגם הומוטתיות

בשני המודלים בהם אופשר ל- β_{py} להיות שונה מ-0 המקדמים של המחירים אינם מובהקים. ניתן לראות על סמך הסטטיסטיים F שחושבו, שמודלים 3-ב' ו 3-ד' עדיפים על קודמיהם ולא ניתן לדחות את ההשערה ש- $\beta_{py} = 0$. בשני המודלים: 3-ב' ו 3-ד' המקדם β קרוב מאוד בערכו ל-1, בשניהם חושבו הסטטיסטיים t לבדיקת השערה זו. ערכי ה- t הנמוכים שהתקבלו מעידים שבשני המודלים הנ"ל לא ניתן לדחות את ההשערה ש- $\beta_p = 1$.

המסקנה מכך היא שפונקציית העלויות היא הומוגנית מדרגה 1 במחירים, כפי שדורשת התאוריה הכלכלית.

כמוכן הפונקציה מקיימת את הנחת ההומוטתיות: אם נגזור את $\ln C$ ביחס ל- $\ln P$, הנגזרת לא תושפע מהתפוקה, ובאותו אופן נגזור ביחס ל- $\ln y$, הנגזרת לא תושפע מהמחירים.

מהאמור לעיל הספציפיקציה המתאימה לאמידת פונקציית העלויות היא זאת המוצגת ע"י משוואה (44) שכהלן:

$$(44) \quad \ln C^* = \beta_0 + \beta_y \cdot \ln Y + \frac{1}{2} \cdot (\ln Y)^2 + D1 \cdot \text{har}$$

$$(45) \quad \ln C^* = \ln C - \ln P \quad \text{כאשר:}$$

האומדים המתקבלים למשוואה (44) הם:

מקדמים	ערכי t	
b0	12.358	
by	-0.7142	-1.472
byy	0.2185	3.537
D1	0.3340	3.633

$$\text{Adj. R Square} = 0.9382$$

$$\text{SSE} = 3.58146$$

במודל זה שייקרא להלן מודל 4 מתקיימים שני האילוצים שמוצגים ב- (43), ולכן ניתן לבדוק את ההשערה אודות תקפותם של אילוצים אלה מול מודל 3-א' שאומד את משוואה (42) ללא האילוצים.

הסטטיסטי F שמחושב כדי לבדוק השערה זו הוא: 0.04756, ערכו הנמוך של הסטטיסטי מעיד שלא ניתן לדחות את ההשערה שהאילוצים מתקיימים.

למודל 3-ב' חושבה העלות הממוצעת ביחס לתפוקה, והיא מוצגת בגרף שלהלן.
כדי להמחיש את ההבדל בין עלות בניה בירושלים לשאר הארץ שורטטו עקומות
העלות הממוצעת, על פי מודל 3-ב', בשלושה אופנים:

- (-) בהנחה שכל הפרויקטים נבנו בבניה ירושלמית (משתנה הדמי מקבל את הערך 1
לכל התצפיות)
- (-) בהנחה שאף פרויקט לא נבנה בירושלים (משתנה הדמי מקבל את הערך 0 לכל
התצפיות).
- (-) ממוצע ארצי (משתנה הדמי מקבל את הערך של ממוצע המדגם).

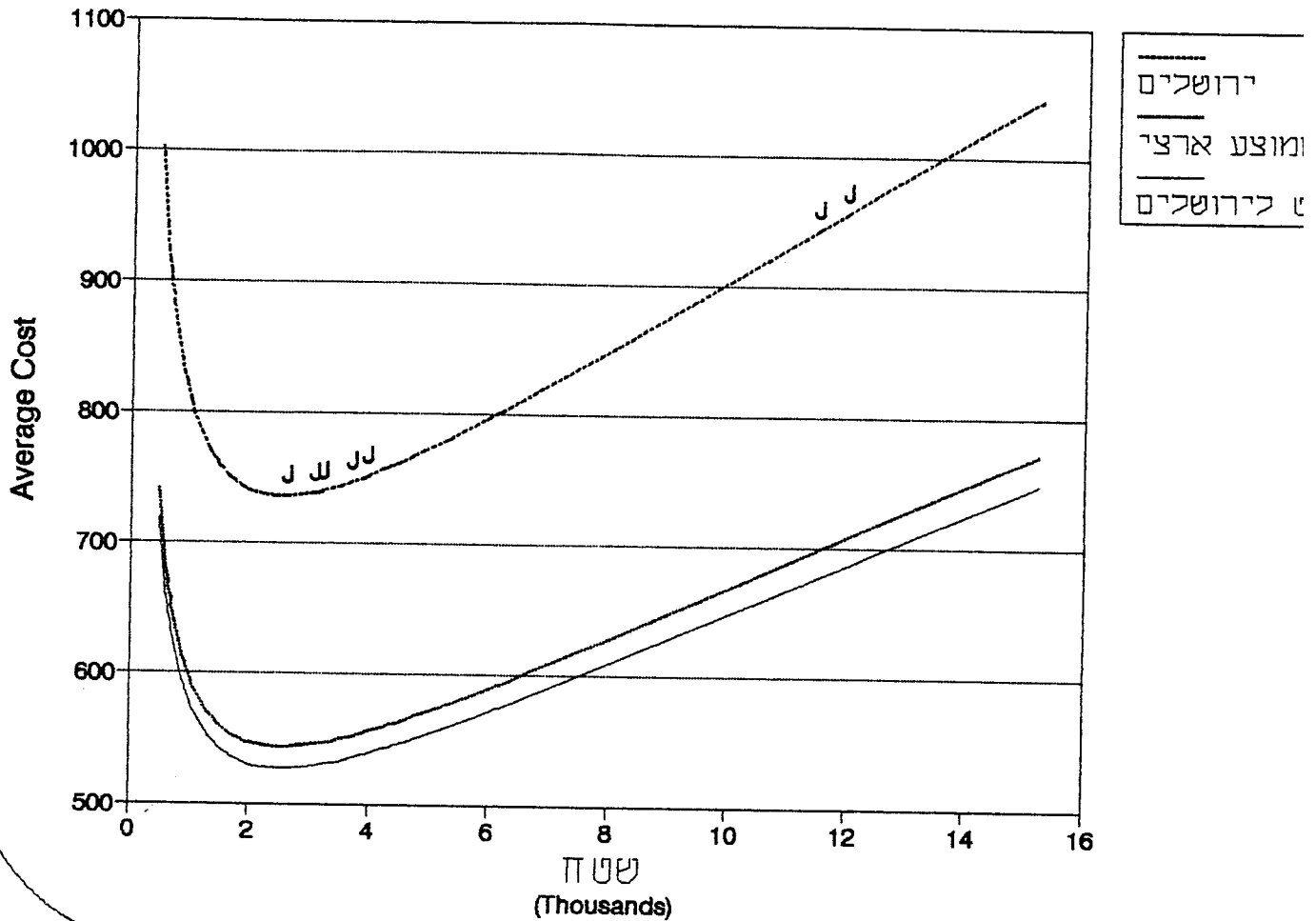
כמוכן מסומנים בגרף באות J אותם פרויקטים במדגם שנבנו בירושלים.

ניתן לראות שהעלות למ"ר בפרויקטים בירושלים גבוהה בהרבה מהממוצע הארצי.
אם נשווה את העלויות הממוצעות בנקודות המינימום של AC, נראה, שבעוד
שבירושלים העלות המינימלית למ"ר היא כ- 730 ש"ח, הרי הממוצע הארצי הוא כ-
550 ש"ח, כלומר עלות הבניה למ"ר בירושלים יקרה בכ- 33% מהממוצע הארצי.
תוצאה זאת אינה מפתיעה מכיון שהיא מופיעה גם בפרסומים של הל.מ.ס אודות
ההוצאה למ"ר בבניה למגורים לפי מחוזות, ונתונים אלה מוצגים כאן בטבלה
(סקרים אלה נערכו ע"י הל.מ.ס עד שנת 1980).

שנה	הוצאה למ"ר בירושלים	הוצאה למ"ר ממוצע ארצי	שינוי באחוזים
1976	0.26	0.19	37%
1977	0.27	0.24	13%
1978	0.44	0.34	29%
1979	0.89	0.68	31%
1980	1.94	1.57	24%

הנתונים כולם בשקלים חדשים במחירים מותאמים לאותה שנה.

הוצאה למייד - מודל 3-ב' ירושלים מול שאר הארץ



הנושא האחרון שנבדק הוא קיומן של ההנחות הקלאסיות לגבי השאריות, הנחות ששמשו אותי באמידה ובמבחנים הסטטיסטיים בכל המשוואות שנאמדו. נתונים על חתכי רוחב חשופים בד"כ לבעיה של הטרוסקדסטיות; בנוסף לכך Nerlove מדווח על בעיה של מתאם סדרתי בנתונים ששמשו אותי במחקרו (ראה הערה (1), שם עמ' 179).

כדי לבדוק האם מתקיימות ההנחות הקלאסיות בנתונים שהשתמשתי בהם נערכו מבחנים הן להטרוסקדסטיות והן למתאם סדרתי.

בלוחות 1 ו-4 בהם מוצגים האומדים לפרמטרים של מודלים 1 ו-2 חושב לכל רגרסיה הסטטיסטי של דורבין ווטסון (D.W. להלן). D.W מקבל ערך גבוה (מעל - 1.7) בכל אחת מהרגרסיות, כך שלא ניתן לדחות את ההשערה שאין מתאם סדרתי בנתונים.

על מנת לבדוק את השערת ההומוסקדסטיות נערכו שלושה מבחנים והם מוצגים בלוח 8 שלהלן. בשלב ראשון נערך מבחן White למודל 4, והסטטיסטי שמתקבל הוא 10.97341. סטטיסטי זה מתפלג X^2 עם 5 דרגות חופש, וההסתברות המתאימה היא 0.948, כך שהשערת ההומוסקדסטיות נדחית.

המשתנים ששימשו ברגרסיה לקבלת הסטטיסטי של מבחן White הם:

$$\ln Y, (\ln Y)^2, (\ln Y)^3, (\ln Y)^4$$

ומשתנה הדמי har לפרויקטים שנבנו בירושלים.

כאשר חושב אותו מבחן, אך בהשמת משתנה הדמי, הסטטיסטי שהתקבל היה: 0.48339 שמתאים להסתברות של 0.695, כלומר לא ניתן לדחות את השערת ההומוסקדסטיות. כלומר הטרוסקדסטיות קיימת רק כשמוכנס משתנה דמי לפרויקטים שנבנו בירושלים.

כדי לבדוק את הנושא יותר לעומקו נערך מבחן Breusch-Pagan שבו ישנה הנחה מפורשת יותר לגבי הגורמים המשפיעים על השונות. המבחן נערך על מודל 3-ב', על מנת לכלול הן את התפוקה והן את המחירים במטריצה Z שקובעת את השונות.¹⁰

נערך מבחן אחד שכלל את משתנה הדמי ומבחן שני ללא משתנה הדמי; התוצאות, שמוצגות בלוח 8, זהות לאלה של המבחן הקודם, ללא הכללת משתנה הדמי מתקבלת השערת ההומוסקדסטיות, ואילו אם נכליל את משתנה הדמי ב-Z, תידחה השערת ההומוסקדסטיות.

לבסוף נערך מבחן Goldfeld-Quandt, התצפיות חולקו לשתי קבוצות: פרויקטים בירושלים ופרויקטים בשאר הארץ ונאמדו שתי רגרסיות עפ"י המשוואה של מודל 4. התוצאות שבלוח 8 מצביעות על כך שקיים הבדל בשונות בין פרויקטים בירושלים לפרויקטים בשאר הארץ, ולכן נדחת השערת ההומוסקדסטיות.

מבחן Breusch - Pagan למודל 3-1' משתנים Z-1: כל המשתנים המסבירים	מבחן White למודל 4:
SSR = 23.42443 Statisti = 11.71221	$R^2 = 0.144387$ N = 76 Statisti = 10.97341
chi ² = 0.9804 D.F. = 4	chi ² = 0.948 D.F. = 5
מבחן Breusch - Pagan למודל 3-1' משתנים Z-1: כל המשתנים המסבירים למעט משתנה הדמי	מבחן White למודל 4 כלל הכללת משתנה הדמי:
SSR = 7.613135 Statisti = 3.806568	$R^2 = 0.063604$ N = 76 Statisti = 4.833904
chi ² = 0.7169 D.F. = 3	chi ² = 0.695 D.F. = 4

מבחן Goldfeld-Quandt למודל 4		
רגרסיה על תצפיות בידושלים:		
$S1^2 =$	0.138011	
D.F. =	4	
רגרסיה על תצפיות לא בידושלים:		
$S2^2 =$	0.042444	
D.F. =	66	

Statisti:	3.251602	
F(4,66) =	0.983	

חישוב טטיות תקן של White למודל 3-1'		

מקדמים	טטיות תקן OLS	טטיות תקן White
b0	1.910947	1.6714542
by	0.488446	0.4193913
byy	0.062246	0.0520944
bp	0.288174	0.2467885
har	0.092735	0.1349421

מכל המבחנים שהוצגו לעיל ניתן להסיק את המסקנות הבאות:

(-) כללית קיימת הטרוסקדסטיות בנתונים, כאשר השונות גבוהה יותר בפרויקטים שנבנו בירושלים מאשר בפרויקטים שנבנו בשאר הארץ.

(-) השערת ההומוסקדסטיות אינה נדחית כאשר המשוואות נאמדות ללא משתנה הדמי לבניה בירושלים, כפי הנראה בגלל שיש בסה"כ 7 פרויקטים בירושלים, והשפעתם על השונות של כל המדגם קטנה. לכן מבחינה מעשית ניתן לשמור על ההנחות הקלאסיות לגבי מודלים 1 ו-2 שנאמדו ללא משתנה הדמי.

לגבי מודל 3-ב' חושבו סטיות תקן של White והתוצאות מוצגות בלוח 8. ניתן לראות, שאין כמעט שוני בין סטיות התקן של White, שמחושבות בהנחה של הטרוסקדסטיות, לסטיות התקן של OLS שמחושבות בהנחה של הומוסקדסטיות, וכל המקדמים ממשיכים להיות מובהקים.

התוצאות של מבחן t , שנערך למודל 3-ב', כדי לבדוק את השערת ההומוגניות מדרגה 1 נשארות בעינן גם עם סטיות התקן של White.

בסה"כ ההבדל בשונויות שנמצא בין פרויקטים שנבנו בירושלים לפרויקטים בשאר הארץ אינו משפיע על אף אחת מהתוצאות והמסקנות שנמצאו בעבודה, ולצרכים מעשיים ניתן להתייחס לנתונים כמקיימים את כל ההנחות הקלאסיות.

לסיכומה של העבודה אציין בנקודות את עיקרי המסקנות שהגעתי אליהן:

(-) הבניה למגורים בישראל בתקופת הסקר מאופיינת ע"י תשואה פוחתת לגודל, כאשר התפוקה נמדדת כשטחו של הפרויקט המבוצע.

(-) קרוב למחצית מהפרויקטים שנדגמו נמצאו בתחום העולה של עקומת העלות הממוצעת, כלומר במצב של חסרונות לגודל (SCE שלילי).

(-) למרות שלא הצלחתי לאמוד את ההשפעות הנפרדות של מחירי גורמי הייצור על העלות, נאמדה ההשפעה הכוללת של מחירי גורמי הייצור ונמצא שפונקציית העלויות היא הומוגנית מדרגה 1 במחירים.

(-) נמצא שפונקציית העלויות (ובמקביל גם פונקציית הייצור הדואלית לה) היא הומוטטית.

המשמעות הכלכלית של עובדה זאת היא שמשקלי ההוצאות (Cost Shares) של גורמי הייצור אינם תלויים בתפוקה; ולחליפין, התשואה לגודל אינה תלויה במחירי גורמי הייצור.

(-) האופי השונה של הבניה בירושלים גורם באופן מובהק לעלות גבוהה יותר למ"ר, וכן נמצא שקיימת שונות גבוהה יותר בעלות של הפרויקטים שנבנו בירושלים.

(-) בתקופה של בניה הומוגנית באיכותה, כפי שהיתה בתקופת הסקר, שטח הפרויקט הוא אמצעי מתאים לתאור התפוקה בענף הבניה למגורים, כאשר יש להוסיף לו משתנה דמי לבניה בירושלים, כפי שכבר צוין.

(1) אחד המחקרים הראשונים בנושא תשואה לגודל שאומד את פונקציית העלויות

הוא:

• ;Returns to Scale in Electricity Supply – Marc Nerlove

המאמר נמצא בספר:

Measurements in Economics – Studies in Mathematical Economics
and Econometrics in Memory of Yehuda Grunfeld

הגישה בעבודה זאת מסתמכת על מחקר זה ועל המחקר ב-(2).

(2) המחקר העיקרי ששימש דוגמא לעבודה זאת נמצא במאמר:

;Economies of Scale in U.S Electric Power Generation

מאת: Laurtis R. Cristensen & William H. Greene

בתוך: Journal of Political Economy, Vol. 84 No. 4, August

במאמר זה עדכנו המחברים את עבודתו של Nerlove וכן זהו אחד המחקרים

הראשונים שבו נעשה שימוש בפונקציית ה-Translog.

(3) ראה: נספח לירחון לסטטיסטיקה של המחירים מס' 2, 1992 – הלשכה המרכזית

לסטטיסטיקה, להסבר מפורט על מבנה הסקר.

(4) דיון מקיף באמידה של פונקציות ייצור ותשואה לגודל בכל ענפי התעשייה

בנורבגיה ע"י אמידה ישירה של פונקציית הייצור נמצא בספרם של:

Griliches Z. & Ringstad V. \ Economies of Scale and the Form of
the Production Function; Amsterdam: North Holland (1971)

(5) המחקר היחידי, הידוע לי, שנעשה בישראל בנושא פונקציית הייצור של בניה

למגורים הוא של משה בר-נתן (ברי):

הפריון וגורמי הייצור בענף הבניה, 1960 עד 1981

בתוך: סקר בנק ישראל, 58, אוגוסט 1984.

ושם, בין היתר, נאמדת ההתפתחות הטכנולוגית בענף עד 1981.

(6) ראה בנוסף ל- (3) גם: נספח לירחון לסטטיסטיקה של המחירים מס' 11,

1983 – הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה, להשוואה של סקר 1980 עם סקר

1972/3.

(7) דיון מקיף במשפטי הדואליות ובהשלכותיהם לגבי מודלים אקנומטריים נמצא

במאמר:

.Application of Duality Theory – W.E. Diewert

Frontiers of Quantitative Economics, Vol. 2 בתוך:

M.D Intriligator & D.A Kendrick בעריכת:

(8) דיון בפונקציית ה- Translog ותכונותיה התאורטיות נמצא במאמר:

Econometric Methods for Modelling Producer Behavior

Dale W. Jorgenson

מאת:

בתוך:

Handbook of Econometrics, Vol3, ed. Z. Griliches & M.D Intriligator

(9) ראה: A Time Series Model for Estimating Housing Price Indexes

adjusted for Changes in Quality

D. Pfeffermann, L. Burek, S. Ben Tuvia

מאת:

Proceedings of the Statistics Canada Symposium on Analysis בתוך:

of Data in Time, October 1989 .

לדיון בנושא ניכויי איכות לצורך קביעת מדד מחירי דיור.

(10) דיון ממצה בנושא המבחנים השונים להטרוסקדסטיות ומידת הכלליות שלהם

נמצא ב- Econometric Analysis \ William H. Greene עמודים 419-425.

Christensen, L. & W. Greene, "Economies of Scale in U.S. Electric Power Generation," Journal of Political Economy, 84, 1976, pp. 655-676.

Diewert, E., "Applications of Duality Theory," in M. Intrilligator, & D. Kendrick, eds., Frontiers in Quantitative Economics, Amsterdam: North Holland, 1974.

Greene, W., Econometric Analysis, Macmillan Publishing Company, 1990.

Griliches Z. & V. Ringstad, Economies of Scale and the Form of the Production Function, Amsterdam: North Holland, 1971.

Jorgenson, D., "Econometric Methods for Modeling Producer Behavior," in Z. Griliches & M. Intrilligator, Handbook of Econometrics, Vol. 3 Amsterdam: North Holland, 1983.

Nerlove M. "Returns to Scale in Electricity Supply", in C. Christ, ed Measurement in Economics, Stanford, Calif.: Stanford University Press, 1963.

Pfeffermann D., L. Burek, S. Ben Tuvia, "A Time Series Model for Estimating Housing Price Indexes adjusted for Changes in Quality", Proceedings of the Statistics Canada Symposium on Analysis of Data in Time, October 1989.

בר-נתן, מ. "הפריון וגורמי הייצור בענף הבנייה, 1960 עד 1981", בנק ישראל, סקר 58, אוגוסט 1984.

הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה:

- הבינוי בישראל 1988-1990 סדרת פרסומים מיוחדים מס' 905.

- הבינוי בישראל 1985-1987 סדרת פרסומים מיוחדים מס' 845.

- מדד מחירי תשומה בבניה למגורים, תדפיס מתוך הירחון לסטטיסטיקה של מחירים מס' 2, 1992.

- מדד מחירי תשומה בבניה למגורים, תדפיס מתוך הירחון לסטטיסטיקה של מחירים מס' 11, 1983.

- מדדי מחירים: סדרה רב שנתית 1983-1986.

- מדדי מחירים: סדרה רב שנתית 1987-1990.